

2

GENERATORI DI CORRENTE

- 2.1 ***Requisiti di un generatore di corrente***
- 2.2 ***Generatori di corrente con MOSFET ideali***
 - 2.2.1 Dal generatore ideale singolo ai generatori multipli
 - 2.2.2 Generatori di corrente stabilizzati con specchio di corrente
 - 2.2.3 Generatori di corrente stabilizzati con resistenza di Source
 - 2.2.4 Comportamento di un generatore fuori dinamica
 - 2.2.5 Impedenza di uscita con transistori ideali
 - Note avanzate di progetto
- 2.3 ***Generatori di corrente con MOSFET reali***
 - 2.3.1 Generatori con partitore resistivo
 - 2.3.2 Generatori a specchio di corrente
 - 2.3.3 Generatori con resistenza di Source
 - 2.3.4 Calcolo della resistenza di uscita.
 - Note avanzate di progetto
- 2.4 ***Generatori di corrente a BJT***
 - 2.4.1 Generatori di corrente a specchio
 - 2.4.2 Specchi di corrente a BJT ad uscite multiple
 - 2.4.3 Generatori di corrente con resistenza di degenerazione

2.1 REQUISITI DI UN GENERATORE DI CORRENTE

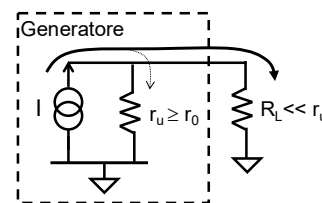
In base al principio di funzionamento del transistor, sia esso un MOSFET o un BJT, viene naturale utilizzarlo quale **generatore di corrente**. Infatti basta fissare la tensione tra i due morsetti di comando (V_{GS} in un MOSFET o V_{BE} in un BJT) per ottenere al Drain (Collettore) la voluta corrente secondo la rispettiva equazione transcaratteristica, (1.3) per il MOSFET, (1.11) per il BJT.

L'unica accortezza da tener presente è verificare che il transistor operi nella corretta zona di funzionamento in cui la predetta equazione valga, cioè che:

- il canale del MOSFET sia in pinch-off (transistore in zona di saturazione).
- la giunzione base-collettore del BJT sia in inversa o al più in diretta ma solo di poche centinaia di mV (transistore in zona attiva diretta).

Un reale generatore di corrente deve soddisfare i seguenti requisiti:

- 1) il valore della corrente generata deve essere ben definito. Scegliendo opportunamente i collegamenti con gli altri elementi del circuito, il transistor deve fornire in modo semplice e preciso proprio il valore di corrente voluto;
- 2) la corrente generata deve essere stabile e riproducibile, cioè tale che il suo valore sia il più possibile indipendente dai parametri dei transistori (β , I_S , k , V_T), da loro variazioni con la temperatura o da sostituzione dei componenti. Ad esempio nella produzione su larga scala di un circuito si ha l'esigenza che tutti gli esemplari, pur prodotti in fabbriche diverse ed in tempi differenti, si comportino allo stesso modo nonostante le possibili differenze nei processi produttivi, che portano a diverse V_T o diversi k dei transistori usati, benché nominalmente uguali. Evidentemente si deve garantire che le correnti nei generatori siano le stesse in ogni lotto realizzato e pari ai valori desiderati;
- 3) il generatore realizzato deve poter fornire la corrente in ogni situazione di carico prevista in fase di progetto, senza che il transistor esca mai dalla corretta zona di funzionamento. Un buon progetto deve quindi prevedere tutte le condizioni operative in cui il circuito si potrà trovare ad operare;
- 4) il generatore realizzato deve presentare una resistenza di uscita, r_u , la più elevata possibile in modo da fornire una corrente il più indipendente possibile dal valore dell'impedenza del carico, R_L . Poiché un transistor ha una impedenza di Drain (Collettore) finita e pari ad r_0 (si veda il Cap.1), un buon progetto farà sì che l'impedenza di uscita del generatore sia uguale o maggiore del valore di r_0 del transistor impiegato.



2.2 GENERATORI DI CORRENTE con MOSFET IDEALI

2.2.1 Dal generatore ideale singolo ai generatori multipli

Il modo più intuitivo e semplice per sfruttare un transistor come generatore di corrente è quello mostrato nella Fig.2.1: il partitore R_1, R_2 fissa la tensione al Gate (e quindi la V_{GS}), determinando la corrente di uscita come

$$I_U = \frac{1}{2} \mu C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2 = k \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad (2.1)$$

I limiti di tale realizzazione sono tutti intuibili analizzando la (2.1):

- una "piccola" imprecisione nella V_{GS} si riflette, a causa della relazione quadratica, in una "grande" imprecisione nella I_u . L'imprecisione può essere causata da una V_{DD} non stabile oppure da valori dei resistori diversi dal nominale;
- una variazione di k o di V_T del transistor (indotta dalla temperatura o dalla sostituzione del componente) produce una corrispondente variazione di I_u .

Il grafico a destra della Fig.2.1 visualizza ad esempio la variazione della corrente prodotta (punto di lavoro) al variare di k da un valore k_1 a k_2 , fissata la tensione di comando V_{GS} al valore V_1 tramite il partitore. Se un processo tecnologico produce una dispersione dei valori di k da un lotto di produzione ad un altro del 10% ($\delta k/k=10\%$), la corrispondente **dispersione delle correnti nei generatori**, $\delta I_U/I_U$, sarà, al primo ordine :

$$\frac{\partial I_U}{\partial k} = (V_{GS} - V_T)^2 = \frac{I_U}{k} \quad \text{da cui} \quad \boxed{\frac{\partial I_U}{I_U} = \frac{\partial k}{k}} \quad (2.2)$$

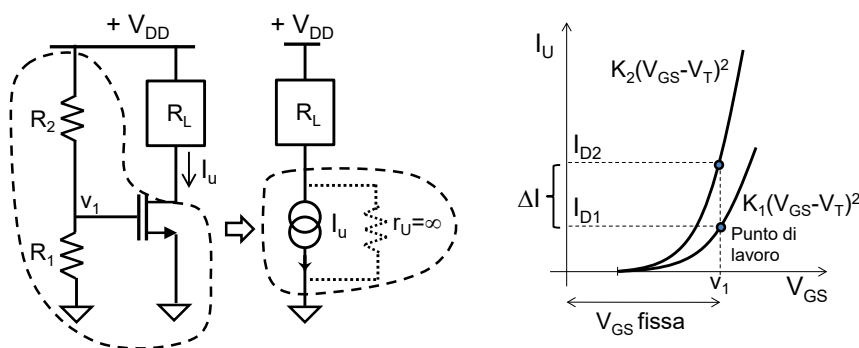
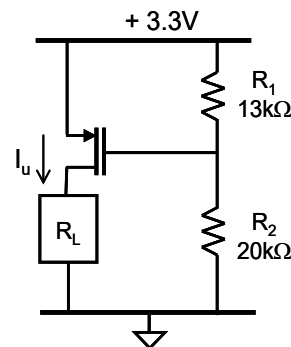


Fig. 2.1 *Semplice generatore di corrente utilizzando un MOSFET ideale ($r_0=\infty$) e, a destra, visualizzazione dell'entità delle variazioni di corrente qualora variasse il parametro k del transistor.*

In questo esempio quindi i vari circuiti avranno una dispersione nelle correnti del 10% pari alla dispersione nel parametro k dei transistori utilizzati. Questo nonostante che il generatore di corrente della Fig.2.1 utilizzi un transistor ideale ($r_0=\infty$) e quindi abbia una $r_u=\infty$.

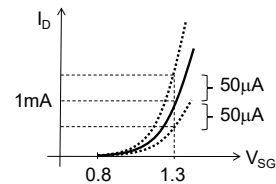
E 2.1

- (a) Calcolare la corrente prodotta dal generatore della figura accanto realizzato con un pMOSFET con $k=4\text{mA/V}^2$, $V_T=0.8\text{V}$ e $V_A=\infty$.
 (b) Modificare i valori di R_1 e R_2 in modo che, senza modificare la corrente al carico, la potenza dissipata nel partitore resistivo sia 1/100 della massima potenza fornibile al carico.
 (c) Calcolare l'intervallo di valori che la resistenza del carico R_L può assumere senza compromettere il buon funzionamento del generatore.
 (d) Calcolare la variazione della corrente fornita al carico dovuta ad una variazione del 5% del valore di k del transistor.
 (e) Visualizzare tale variazione sulla curva transcaratteristica del transistor di uscita che fornisce la corrente del generatore.



- (a) Il partitore di tensione fissa $V_G=+2\text{V}$. Conseguentemente $I_U=1\text{mA}$.
 (b) La massima potenza che può essere fornita al carico prima che il MOSFET smetta di funzionare correttamente è $P_{RL}=1\text{mA} \times 2.8\text{V}=2.8\text{mW}$. Pertanto :

$$R_1 + R_2 = \frac{(3.3\text{V})^2}{2.8\text{mW}} \cdot 100 = 389\text{k}\Omega$$
 Ne segue che $R_1=153\text{k}\Omega$ e $R_2=236\text{k}\Omega$.
 (c) $0 < R_L < 2.8\text{k}\Omega$.
 (d) $I_U=1\text{mA} \pm 50\mu\text{A}$



E 2.2

- Riferendosi al generatore di corrente dell'esercizio precedente, calcolare la variazione al 1° ordine della corrente fornita al carico dovuta ad una **variazione del 5% del valore della tensione di soglia V_T** .
 Individuare le modifiche da apportare al circuito per renderlo più stabile.

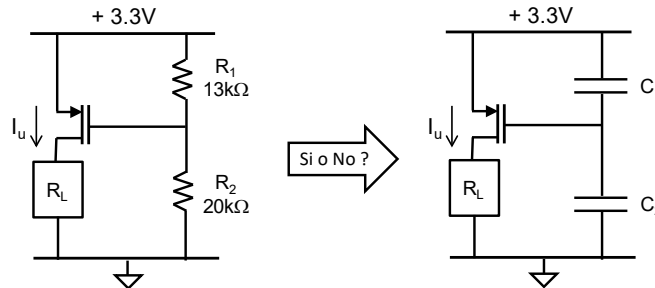
Derivando, si ottiene:

$$\frac{\partial I_U}{I_U} = -2 \frac{V_T}{(V_{GS} - V_T)} \frac{\partial V_T}{V_T} \quad (2.3)$$

La variazione di Corrente risulta quindi essere di circa il 16%, ben maggiore del 5% del solo componente. Per ridurlo, bisogna aumentare l'overdrive ($V_{GS}-V_T$), ottenibile con un più piccolo transistor ed/o una minore dinamica di uscita.

Una semplice domanda

Perché non usare un partitore capacitivo per fissare la tensione del Gate del MOSFET, invece di un partitore resistivo come nella Fig.2.1, così da dissipare meno potenza statica ?



Quali valori dovrebbero avere le capacità C_1 e C_2 ?
 Quanto sarebbe stabile nel tempo la tensione del Gate ?
 Quali sarebbero i problemi riscontrabili ?
 Vi guidi il fatto che non si usa **MAI** un partitore capacitivo per polarizzare un circuito !

Generatori a più uscite. Se in un circuito servissero 2 o più generatori di corrente per rifornire carichi differenti, invece di progettarli separatamente conviene accoppiarli come nella Fig.2.2. Grazie all'unico partitore per entrambi i MOSFET si risparmiano componenti (questo vuol dire risparmiare area sul chip, e quindi sui costi) ed anche potenza assorbita dalle alimentazioni. Qualora siano richieste correnti diverse, poiché V_{GS} è uguale per tutti i MOSFET, basterà dimensionare diversamente le larghezze W dei singoli transistori, come indicato dalla (2.1).

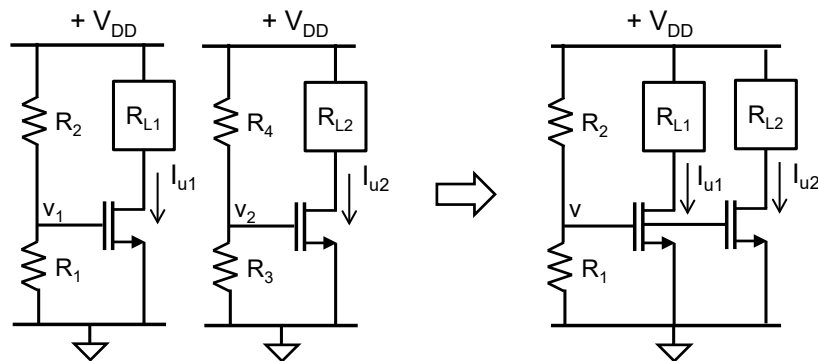


Fig. 2.2 Semplificazioni possibili nel progetto di generatori multipli di corrente. Eventualmente i transistori possono avere W/L differenti se fossero richieste correnti I_{u1} ed I_{u2} differenti.

E 2.3

Progettare un generatore di corrente che possa alimentare tre carichi distinti prelevando da essi corrente verso l'alimentazione negativa. Si richiede che le tre correnti prodotte siano diverse tra loro e pari a $I_1=300\mu A$, $I_2=150\mu A$ ed $I_3=75\mu A$. Si utilizzino nMOSFET aventi $\frac{1}{2}\mu C_{ox}=150\mu A/V^2$, $V_T=0.8V$, una dimensione minima di 65nm ed una $V_A=\infty$.

Il circuito deve essere alimentato tra 0 e +3V e la corrente assorbita da tutto il circuito non deve essere maggiore del doppio di I_1 .

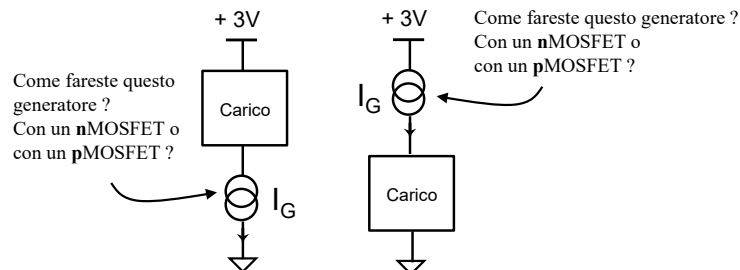
a) Calcolare il valore di W/L dei tre transistori avendo cura di minimizzare l'area occupata dai transistori, il valore delle resistenze del partitore di gate (R_x e R_y) e i possibili massimi valori di carico Z_1 , Z_2 e Z_3 nei tre rami.

b) Calcolare la variazione di corrente I_2 quando tutti i transistori subiscono una variazione di temperatura che porta ad una variazione del 5% del valore di k .

c) Stimare il valore della corrente I_3 nel caso in cui il carico ad essa collegato venga ad assumere, per guasto del carico stesso, il valore di $Z_3=80k\Omega$. Commentare questa anomala situazione di funzionamento ed il suo effetto sugli altri rami del circuito.

- a) $W_1/L_1=4=260nm/65nm$, $W_2/L_2=2$, $W_3/L_3=1$; $R_x=R_y=20k\Omega$; $Z_1|_{max}=7.6k\Omega$, $Z_2|_{max}=15.3k\Omega$, $Z_3|_{max}=30.6k\Omega$.

Quale tipo di MOSFET usare nei generatori di corrente ?



Nel rispondere alla domanda, riflettere sui seguenti aspetti :

- 1) La corrente fluisce dai potenziali positivi a quelli negativi (in pratica dall'alto in basso nei nostri schemi elettrici)
- 2) La corrente è equiversa al moto delle cariche positive (lacune)
- 3) È essenziale che il generatore affacci il suo Drain al carico, in modo che la tensione al carico non modifichi la corrente prodotta dal generatore.

2.2.2 Generatori di corrente stabilizzati con specchio di corrente

Come è possibile rendere il generatore della Fig.2.1 più stabile alle variazioni di k e V_T ?

Il difetto dei generatori visti fino ad ora risiede nel fatto che per avere la corrente voluta si fissa la tensione V_{GS} con un partitore di resistenze. Migliore sarebbe la situazione se riuscissimo a realizzare un "partitore adattivo" che si modifichi in sintonia con le variazioni del transistor che deve generare la corrente. La realizzazione circuitale del partitore proposta nella Fig.2.3 va in questa direzione:

- al posto di una resistenza si mette un transistor con il Drain cortocircuitato al Gate. Il valore desiderato della corrente in esso circolante è fissato tramite la scelta di R nell'equazione di bilancio di corrente al nodo di Drain:

$$\begin{cases} I_D = \frac{V_{DD} - V_{GS}}{R} \\ I_D = k(V_{GS} - V_T)^2 \end{cases} \quad (2.4)$$

- questo "partitore a transistor" ingloba al suo interno anche un misuratore della corrente circolante, nel valore della tensione al suo Gate !
- se i due MOSFET vengono realizzati sullo stesso chip a pochissimi micrometri uno dall'altro è molto probabile che avranno gli stessi identici parametri costruttivi e quindi porteranno la stessa corrente di Drain quando pilotati con la

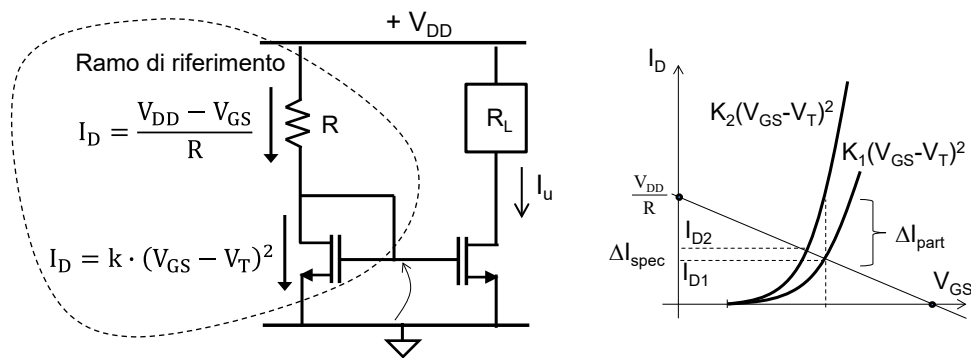


Fig. 2.3 Al posto del partitore resistivo della Fig.2.1 si è messo un "partitore a transistor". La sua corrente è riproposta nel ramo di destra (**specchio di corrente**) grazie all'uso di transistori identici pilotati da una identica tensione, V_{GS} . Il sistema di equazioni (2.4) può essere risolto graficamente (a destra). Il collegamento tra D e G assicura che il MOSFET di sinistra lavori sempre in saturazione.

stessa V_{GS} come in questo caso:

$$I_U = I_D$$

Il generatore di corrente così fatto è chiamato non a caso **"specchio di corrente"**.

Verifichiamo i vantaggi della soluzione proposta in termini di maggiore precisione e stabilità rispetto all'uso di un partitore resistivo. Per fare ciò risolviamo il sistema (2.4) sostituendo la prima equazione nella seconda, si ottiene

$$I_D = k(V_{DD} - I_D \cdot R - V_T)^2$$

che può essere derivata rispetto a k , ottenendo così la sensibilità del circuito a variazioni di k :

$$\frac{\partial I_D}{\partial k} = (V_{DD} - I_D \cdot R - V_T)^2 - 2k(V_{DD} - I_D \cdot R - V_T) \frac{\partial I_D}{\partial k} \cdot R$$

Notando che $2k(V_{DD} - I_D \cdot R - V_T) = g_m$ (ricordiamoci infatti che la transconduttanza g_m di un transistor è la $\partial I_D / \partial V_{GS}$) essa assume la forma sintetica seguente che quantifica al 1° ordine la robustezza alle variazioni di k :

$$\frac{\partial I_D}{I_D} = \frac{\partial k}{k} \cdot \frac{1}{(1 + g_m R)} \quad (2.5)$$

o di V_T (vedi esercizio E 2.8):

$$\frac{\partial I_D}{I_D} = - \frac{\partial V_T}{V_T} \cdot \frac{2V_T}{V_{OD}} \cdot \frac{1}{(1 + g_m R)} \quad (2.6)$$

Le variazioni % di corrente sono quindi minori di un fattore $(1 + g_m R)$ rispetto alla variazione naturale di k , confermando la bontà della scelta della soluzione adottata.

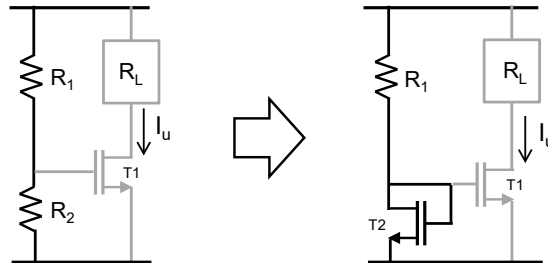
I vantaggi descritti sono presenti solo se i 2 MOSFET sono identici. Questo è in pratica possibile solo in un circuito integrato dove i MOSFET sono realizzati vicinissimi sullo stesso substrato.

Rispetto al partitore resistivo, il partitore a transistor ha l'ulteriore vantaggio di avere sostituito una resistenza (oggetto che in tecnologia integrata occupa molta area) con un transistor, generalmente più piccolo e quindi più "economico".

Effettivamente nei circuiti integrati si fa grandissimo uso dei partitori a transistor e conseguentemente degli specchi di corrente.

RESISTORI fatti con TRANSISTORI (1)

Riflettete sull'evoluzione del partitore resistivo. Esso è diventato, nel generatore di corrente a specchio, un partitore con un transistor:

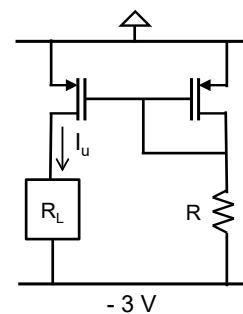


Il transistor T2, grazie al collegamento tra G e D, è diventato un bipolo, cioè anch'esso un "resistore".

E' utile fare partitori usando transistori proprio perché si ha a disposizione una tensione di comando nota utilizzabile da altri transistori per altri scopi : nel nostro esempio il comando V_{GS} del "resistore T2" viene usato dal transistor T1 per generare una corrente uguale a quella nel partitore. Altrettanto importante è notare che il "resistore T2" ha gli stessi parametri (k , V_T , ecc.) del transistor T1 e quindi ne seguirà sempre le variazioni e/o le derivate, compensandole. Per questo il generatore a specchio è molto più stabile del generatore a partitore resistivo.

E 2.4 Con riferimento al circuito della figura accanto ($V_T=0.6V$, $k=80\mu A/V^2$):

- Calcolare il valore di R che consenta al generatore di corrente di fornire $320\mu A$ al carico.
- Calcolare il massimo valore della resistenza R_L oltre cui il transistor del generatore entra in zona Ohmica
- Mantenendo la R trovata prima, calcolare la corrente fornita al carico quando $k=120\mu A/V^2$ di entrambi i MOSFET, cioè il 20% più grande, verificando che l'approssimazione lineare della (2.5) sia buona.

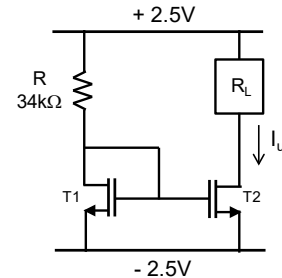


- $R=1250\Omega$
- $R_{L|_{\max}}=3125\Omega$

E 2.5

Il circuito accanto usa transistori con $k=100\mu A/V^2$, $V_T=0.7V$ e $V_A=\infty$.

- calcolare la corrente fornita in uscita al carico
- calcolare la variazione di questa corrente quando tutti i due transistori subiscono una variazione del valore di k del 5%.
- Rappresentare sulla curva transcaratteristica del transistor il punto di lavoro e giustificare graficamente la relativa stabilità del generatore rispetto all'uso di un partitore resistivo.
- Modificare il circuito per avere $\delta I/I < 0.1\%$ senza variare le alimentazioni. È facile o no? Perché?



- a) Il bilancio al Drain di T1:

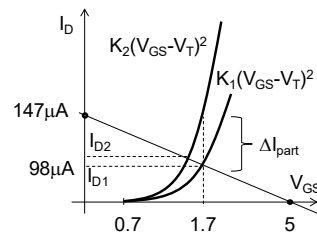
$$\frac{2.5V - V_D}{34 k\Omega} = k(2.5 - 0.7 + V_D)^2$$

fornisce $V_D \approx -0.8V$ (Si scarta l'altra soluzione, $V_D \approx -3V$, perché pur matematicamente corretta è circuitalmente impossibile perché oltre le alimentazioni).

Da cui si ottiene $I_D \approx 98\mu A$.

- b) $\delta I/I = 5\%/7.8 = 0.64\%$ ($\Delta I \approx 640nA$)

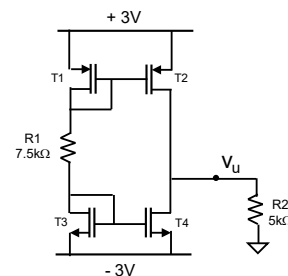
- c) Il sistema (2.4) può essere risolto graficamente come fatto nella Fig.2.3 in cui la prima equazione del sistema è una retta e la seconda una parabola. A fronte di una variazione di k uguale a quella dello schema della Fig.2.1, la conseguente variazione ΔI_{spec} è ora più piccola della variazione ΔI_{part} nel generatore con partitore resistivo, a pari situazione iniziale. Questo grazie al fatto che V_{GS} non è ora fissata: quando k varia, la V_{GS} si riaggiusta per soddisfare il bilancio di corrente al Drain nel ramo di sinistra così da tenere sostanzialmente costante la corrente, e così anche nel ramo di destra. Notare che ΔI_{spec} è tanto più piccola quanto più R è grande: fare un **generatore di corrente stabile implica avere tensioni di alimentazione elevati** !



E 2.6

Il circuito disegnato a destra ha tutti i MOSFET con $V_T=0.5V$, $k=400\mu A/V^2$ e $V_A=\infty$.

- Calcolare la corrente nei transistori T2 e T4 degli specchi
- Calcolare la tensione dell'uscita V_u .



- $400\mu A$.
- $V_u = 0V$. Perché ?

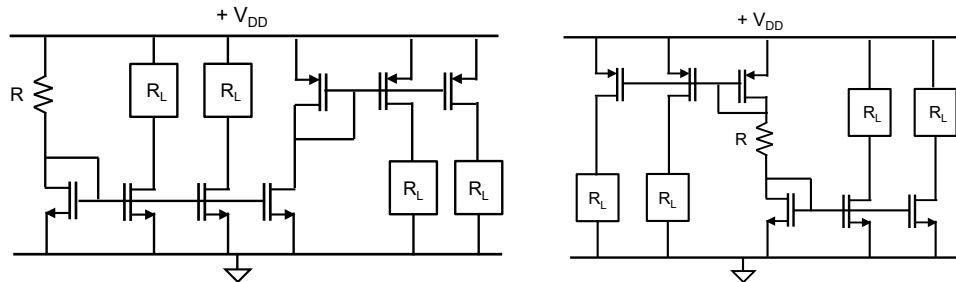
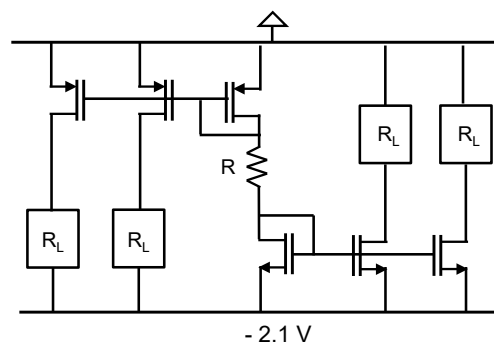


Fig. 2.4 Esempi di possibili circuiti per realizzare generatori di corrente multipli, sia con nMOSFET che con pMOSFET.

Generatori a specchio a più uscite. E' facile pensare ad una struttura a specchio con uscite multiple per alimentare carichi diversi ed indipendenti, come nella Fig.2.4. Valori diversi di corrente potranno essere ottenuti collegando tutti i Gate insieme (quindi V_{GS} uguale per tutti i rami) ma scegliendo W proporzionalmente diverse nei vari transistori. Grazie ad un solo ramo di riferimento la potenza complessiva assorbita dalle alimentazioni sarà ottimizzata. Notate che entrambi i circuiti della Fig.2.4 risolvono il problema di avere nello stesso circuito sia alimentatori che inviano corrente "dall'alto" sia alimentatori che assorbono corrente "dal basso".

E 2.7

- Scegliere il valore di R in modo che il seguente generatore di corrente multiplo fornisca $10\mu A$ a tutti i carichi resistivi collegati. Si utilizzino transistori, sia nMOS che pMOS, con $k=40\mu A/V^2$ e $V_T=0.4V$.
- calcolare la potenza dissipata nel ramo di riferimento;
- calcolare la variazione della corrente fornita ai carichi dovuta ad una variazione del 3% del valore del fattore k di tutti i transistori;
- cosa modifichereste se volesti una corrente di $35\mu A$ nei soli rami con il carico collegato a massa?



2.2.3 Generatori di corrente stabilizzati con una resistenza di Source

Per stabilizzare la corrente di un generatore si potrebbe anche pensare di leggerne il valore, confrontarlo con il valore desiderato e poi agire sul Gate tramite un apposito circuito di retroazione che riaggiusti il valore della corrente fino a farla diventare uguale al desiderato. L'idea è ottima, incarna il concetto di retroazione e si può effettivamente realizzare sia in modalità analogica che digitale, ad esempio ponendo lungo il percorso della corrente un resistore di sonda R_S ed acquisendone la tensione ai capi per l'elaborazione, come schematizzato nella Fig.2.5a.

L'idea può addirittura essere realizzata in maniera estremamente compatto riflettendo sul fatto che per agire sulla tensione V_{GS} di comando del MOSFET si può **mettere la resistenza di "misura" al Source**, come mostrato nella Fig.2.5b. La tensione ai capi di R_S infatti va a modificare l'iniziale tensione V_{GS} di comando del transistor contrastandone le variazioni: se I_D aumentasse, V_{GS} diminuirebbe riportando la corrente verso il valore iniziale e viceversa se I_D diminuisse.

Per quantificare i vantaggi di una simile scelta facciamo il conto preciso della corrente di Drain nel circuito della Fig.2.5b:

$$\begin{cases} \frac{V_G - V_{GS}}{R_S} = I_D \\ k(V_{GS} - V_T)^2 = I_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_S}{R_S} = I_D \\ k(V_G - V_S - V_T)^2 = I_D \end{cases} \quad (2.7)$$

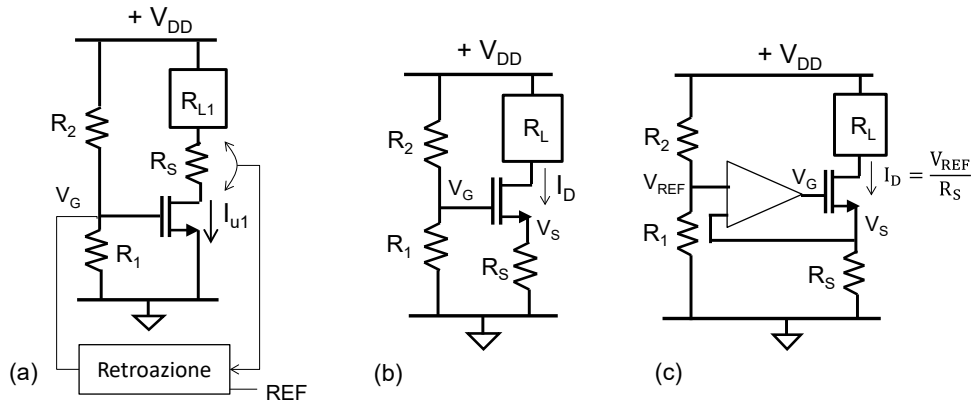


Fig. 2.5 Introduzione di una resistenza R_S di sonda per realizzare un generatore "retroazionato" che compensi la variazione dei parametri caratteristici del transistor: (a) retroazione esterna con sonda sul Drain, (b) retroazione con R_S tra Source e massa; (c) eventuale ulteriore stabilizzazione con OpAmp.

Il sistema (analogo alla (2.4)) risolto in V_S o I_D permette di ottenere la corrente effettivamente prodotta dal generatore (si noti che l'equazione di 2° grado che si deve risolvere avrà due soluzioni matematicamente possibili, di cui però solo una è fisicamente compatibile con le caratteristiche del MOSFET).

Il sistema fornisce anche, sostituendo la prima nella seconda, l'espressione

$$I_D = k(V_G - I_D \cdot R_S - V_T)^2 \quad (2.8)$$

la cui derivata rispetto a k determina la sensibilità del circuito a variazioni di k :

$$\frac{\partial I_D}{\partial k} = (V_G - I_D \cdot R_S - V_T)^2 - 2k(V_G - I_D \cdot R_S - V_T) \frac{\partial I_D}{\partial k} \cdot R_S$$

Notando che $2k(V_G - I_D R_S - V_T) = g_m$, essa assume la seguente forma sintetica:

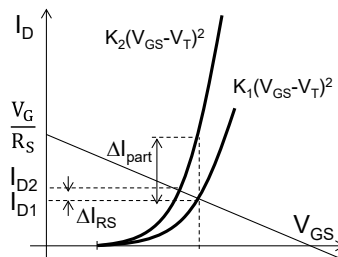
$$\frac{\partial I_D}{I_D} = \frac{\partial k}{k} \frac{1}{(1 + g_m R_S)} \quad (2.9)$$

L'espressione mostra come la corrente sia più stabile di un fattore $(1 + g_m R_S)$ di quanto non lo sia in un circuito senza R_S . Scegliendo opportunamente V_G ed R_S , il miglioramento può essere grande. Notare che l'espressione (2.9) è identica alla (2.5) ottenuta con lo specchio, proprio perché i due circuiti spartiscono lo stesso sistema di equazioni costitutive.

STABILIZZAZIONE DELLA CORRENTE : visualizzazione grafica

Il miglioramento introdotto dall'aggiunta della resistenza R_S nella stabilizzazione della corrente può essere colto immediatamente, come già visto con lo specchio, dall'analisi grafica del sistema (2.7), dove la prima equazione è la retta con pendenza negativa e la seconda è la parabola. Il punto di intersezione corrisponde alla soluzione del sistema e quindi alla I_D cercata.

Ad esempio la variazione ΔI_{RS} di I_D (da I_{D1} a I_{D2}) è ben minore di quella ΔI_{part} risultante dal circuito senza R_S a fronte di una uguale variazione di k . Aumentando R_S , la pendenza della retta di carico diminuisce e quindi il valore di I_D varia sempre meno al variare dei parametri del transistor. Ma avrò bisogno di più tensione di alimentazione !



La presenza della **resistenza R_S** determina effettivamente una **retroazione** dello stadio alle variazioni dei parametri del MOSFET. In modo intuitivo, se il nuovo MOSFET presenta un k maggiore, la corrente I_D , a parità di V_{GS} , dovrebbe aumentare. Ma se la corrente I_D aumenta, anche la caduta di tensione ai capi della resistenza R_S aumenterebbe. Dato che V_G è fissato dal partitore, la tensione V_{GS} diminuirebbe, contrastando l'iniziale tendenza di I_D ad aumentare. Essa quindi aumenta meno di quanto aumenterebbe se non ci fosse la resistenza R_S stabilizzandone il valore. Se ci pensate, anche la resistenza R dello specchio della Fig.2.3 fa questa cosa!

Notare che il generatore della Fig.2.5c sarebbe ancora più stabile di quello della Figura 2.5b grazie al G_{loop} più elevato dovuto all'alto valore di A_0 fornendo una corrente $I_D = V_{REF}/R_S$ ormai indipendente dai parametri del transistor !

CONFRONTO tra SPECCHIO e RESISTENZA DI SOURCE

Rispetto al generatore a specchio, il generatore della Fig.2.5b, che chiameremo "**generatore di corrente con resistenza di Source**", ha degli svantaggi:

- una minore dinamica dell'uscita perché una parte della tensione di alimentazione è ora utilizzata ai capi di R_S ;
- una minore efficacia perché il termine $(1+g_m R_S)$ risulta in genere minore di $(1+g_m R)$ perché R dello specchio è in genere maggiore di R_S perché su di essa può cadere più tensione.

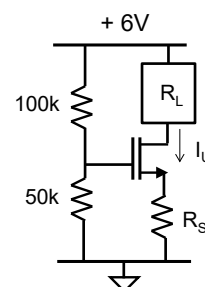
Ha viceversa i vantaggi :

- di non richiedere l'uso di due transistori identici (ottimo nella realizzazione di schede elettroniche);
- di fornire una ben maggiore resistenza di uscita al circuito, come vedremo nel §2.3.4. Questo sarà il motivo più forte per scegliere questa soluzione quando possibile.

E 2.8

Considerare il seguente generatore che utilizza un nMOSFET con $k=100\text{mA/V}^2$ e $V_T=0.4\text{V}$.

- a) Dimensionare R_S per fare scorrere una corrente di 10mA .
- b) Valutare il massimo valore che può assumere la resistenza di carico R_L .
- c) Calcolare la variazione della corrente del circuito qualora V_T variasse del 30%.



a) $R_S \approx 128\Omega$;

b) $R_{L|_{\max}} = 440\Omega$;

c) Dalla Eq.(2.8) si ottiene $\frac{\partial I_D}{\partial V_T} = 2k(V_G - I_D \cdot R_S - V_T) \left[-\frac{\partial I_D}{\partial V_T} \cdot R_S - 1 \right]$

Da cui si ricava $\frac{\partial I_D}{\partial V_T} (1 + g_m R_S) = \frac{-2k(V_G - I_D \cdot R_S - V_T)^2}{(V_G - I_D \cdot R_S - V_T)}$

E quindi $\frac{\partial I_D}{I_D} = -\frac{\partial V_T}{V_T} \frac{2V_T}{V_{OD}} \frac{1}{(1 + g_m R_S)}$

Nel nostro caso I varierebbe del 8.3%, cioè di $800\mu A$.

E 2.9

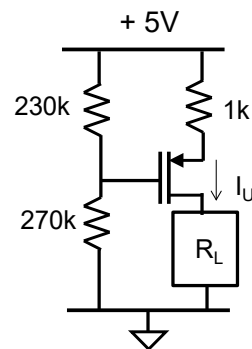
a) Calcolare la corrente generata dal seguente circuito utilizzando un pMOSFET con $k=4mA/V^2$ e $V_T=0.8V$.

b) Riflettere sul criterio di scelta dei valori delle due resistenze del partitore.

c) Se alimentato con una batteria da 3000mAh, per quanto tempo potrebbe essere alimentato il circuito?

d) Calcolare la corrente generata qualora il transistor avesse un $k=6mA/V^2$, cioè del 50% più elevato. Provate a fare il confronto tra la variazione lineare usando la (2.9) ed il valore reale secondo la curva quadratica. E' grande la differenza? Verificare che vari meno rispetto al caso in cui R_S sia assente (a pari corrente portata).

e) Visualizzare sulle due curve transcaratteristiche i due punti di lavoro del generatore di corrente, evidenziandone la bontà nello stabilizzare la corrente fornita.



a) Impostando il sistema di bilancio delle correnti nel nodo di Source:

$$\frac{5 - V_S}{1k} = I_D$$

$$k(V_S - 2.7 - 0.8)^2 = I_D$$

si ottengono due soluzioni di cui solo $I_D=1mA$ è congruente con il circuito.

b) Noto che scorre nel partitore una corrente circa 100 volte minore di I_U , contribuendo quindi poco al consumo di potenza dello stadio, pur risultando facilmente realizzabile tecnologicamente.

c) Poco meno di 3000 ore, equivalenti a circa 125 giorni.

2.2.4 Comportamento di un generatore fuori dinamica

Cosa succederebbe se la resistenza di carico R_L avesse un valore grande, tale da far uscire il transistoro dalla sua zona di saturazione ?

Con riferimento al generatore della Fig.2.6, all'aumentare di R_L , V_D diminuisce fino a portare il transistoro in zona ohmica ed a rendere non più valida la (2.1).

$$I_U = k \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad (2.1)$$

Tuttavia possiamo ancora stimare la corrente circolante notando che ora la tensione del Drain è così bassa da essere poco diversa da quella del Source. Poiché in questo esempio quest'ultima è a massa, la tensione ai capi della resistenza di carico R_L è sostanzialmente pari a poco meno di V_{DD} . La corrente necessariamente circolante sarà quindi limitata a :

$$I_U \cong \frac{V_{DD}}{R_L} \quad (2.10)$$

La corrente fornita dal generatore avrà quindi un valore necessariamente minore di quello di saturazione e dipenderà direttamente dal valore di R_L e dal valore dell'alimentazione del circuito.

Una resistenza R_L cinque volte più grande determinerebbe una corrente cinque volte più piccola. Guardando la curva caratteristica del transistoro, riportata a destra nella Fig.2.6, i punti di lavoro nelle due situazioni differiscono di un fattore 5 sull'asse delle correnti ma di pochissimo sull'asse della tensione V_{DS} , facendo conservare di validità la (2.10).

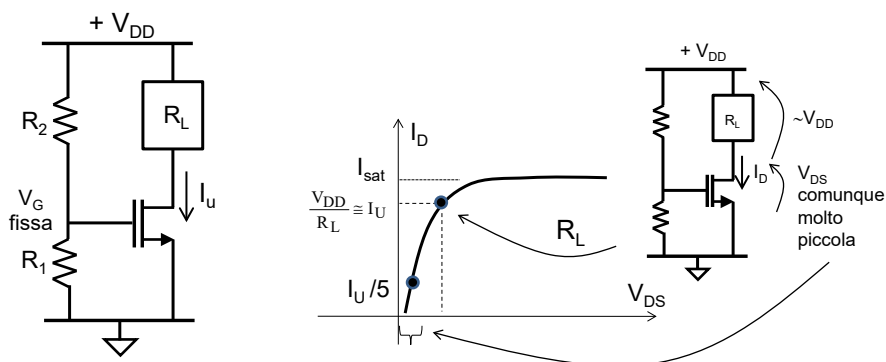
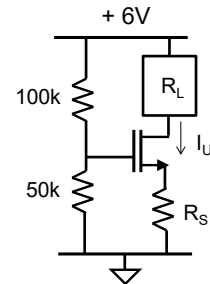


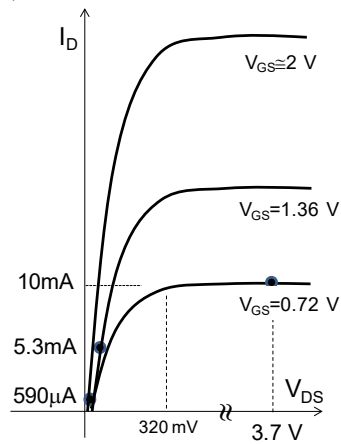
Fig. 2.6 Correnti portate dal transistoro quando funzionante in zona ohmica in due situazioni in cui R_L cambi di un fattore 5.

E 2.10 Calcolare la corrente fornita al carico R_L dal generatore dell'esercizio E2.8 (MOSFET con $k=100\text{mA/V}^2$ e $V_T=0.4\text{V}$) dimensionato per fare scorrere una corrente di 10mA ($R_S=128\Omega$) quando:

- $R_L=100\Omega$
- $R_L=1\text{k}\Omega$
- $R_L=10\text{k}\Omega$
- Disegnare il punto di lavoro del transistor nelle tre situazioni.



- 10mA ;
- $\sim 5.3\text{mA}$;
- $\sim 590\mu\text{A}$;
-



2.2.5 Impedenza di uscita con transistori ideali

Quando si parla di impedenza in un circuito elettronico si intende sempre "impedenza dinamica", cioè "impedenza su segnale": si sonda il punto di uscita (il Drain del MOSFET in questo caso) con un *segnale* di tensione e si registra il corrispondente *segnale* di corrente, come mostrato nella Fig.2.7. Il rapporto tra i due valori fornisce proprio la resistenza mostrata su segnale da quel punto del circuito. Nel fare questo conto si ipotizza che la polarizzazione del circuito sia sempre presente ed invariata e che il circuito reagisca linearmente.

Nel caso in esame del generatore di corrente, la conoscenza della resistenza di uscita è importante perché ci permette di prevedere quanta della corrente prodotta dal generatore riesca effettivamente a circolare nel carico invece di essere "riassorbita" dal generatore stesso. Poiché le curve caratteristiche di un MOSFET ideale sono orizzontali nella zona di saturazione, la variazione di corrente al Drain corrispondente ad una variazione di tensione al Drain sarà nulla, indicandoci una resistenza di uscita del generatore infinita: $r_U = \infty$. Questo risultato è indipendente dalla presenza o meno sul Source di una resistenza R_S . Quindi :

fin tanto che si utilizzano transistori ideali ($V_A = \infty$, cioè $r_0 = \infty$), la resistenza dinamica di uscita dei generatori di corrente a MOSFET è infinita: $r_U = \infty$.

I generatori di corrente visti fin qui sono stati realizzati con MOSFET ideali e quindi forniscono al carico tutta la corrente generata al loro interno.

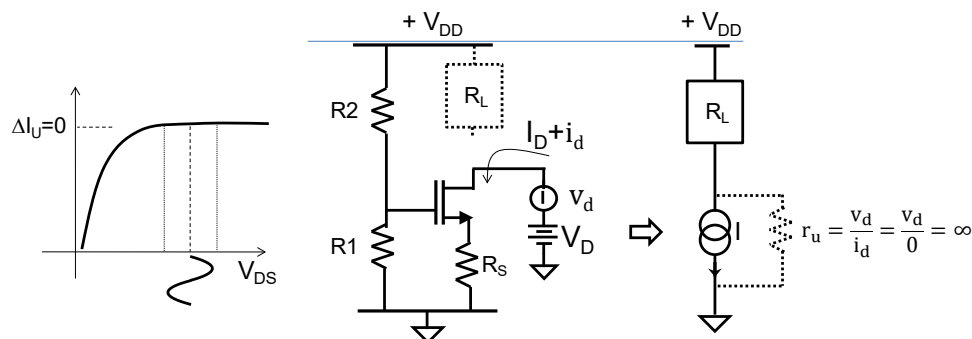


Fig. 2.7 Schema di calcolo della resistenza di uscita di un generatore di corrente.

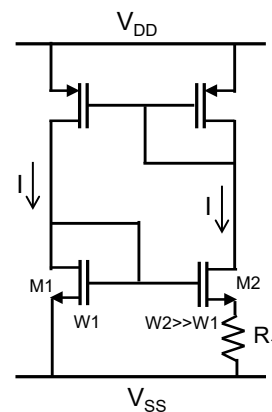
NOTE AVANZATE di PROGETTO

I generatori di corrente visti fino ad ora sono vincolati ad una tensione di alimentazione: se questa cambia, cambia anche la corrente prodotta. Questo vuole anche dire che se la tensione di alimentazione fosse disturbata o rumorosa, lo sarebbe anche la corrente prodotta. Brutto !

Come fare un generatore di corrente indipendente dalla tensione di alimentazione ?

Ci sono tanti modi. Uno è mostrato qui accanto. Lo specchio sopra serve solo per obbligare i due transistori sotto a portare la stessa corrente. I due transistori sotto hanno invece diversa W . M2 ha W molto maggiore di M1, per cui porta la stessa corrente con un comando minore, lasciando un po' di tensione ai capi di R_1 . La scelta di R_1 definisce quanta corrente effettivamente circolerà, secondo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} I = k_1 (V_{GS1} - V_T)^2 \\ I = k_2 (V_{GS2} - V_T)^2 \\ I = \frac{V_{GS1} - V_{GS2}}{R_1} \end{cases}$$



Ricavando V_{GS1} e V_{GS2} dalle prime due ed inserendole nella terza, si ottiene

$$I = \frac{1}{R_1} \left[\sqrt{I} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{k_1}} - \frac{1}{\sqrt{k_2}} \right) \right] \quad \text{con soluzioni : } I = 0 \quad I = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{k_1}} - \frac{1}{\sqrt{k_2}} \right)^2}{R_1^2}$$

Ad esempio, se $k_1 = 1 \text{ mA/V}^2$ e $k_2 = 9k_1$, scelta $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ si ottiene una $I = 444 \mu\text{A}$, valore indipendente dalla tensione di alimentazione (V_{DD} e V_{SS}) del circuito.

Se avessi bisogno di questa corrente altrove, come faccio a prenderla ?

Trovate voi il minimo valore di tensione di alimentazione ($V_{DD} - V_{SS}$) che permetta al circuito di funzionare in base al valore di V_T dei MOSFET.

2.3 GENERATORI DI CORRENTE con MOSFET REALI

Poiché i MOSFET reali presentano curve caratteristiche non piatte, come visto nel §1.2.7, la corrente effettivamente inviata ad un carico non dipende solamente dal comando V_{GS} ma anche dal valore della tensione V_{DS} e quindi dal carico da pilotare. Questo allontana i generatori dalla idealità di comportamento fino ad ora apprezzata.

2.3.1 Generatori a partitore resistivo

La Fig.2.8 visualizza la situazione di un generatore con V_{GS} fissata. In questo caso è definita la curva caratteristica, la cui pendenza fornisce univocamente la resistenza finita r_0 :

$$r_0 \cong \frac{V_A}{k(V_{GS} - V_T)^2} \quad (2.11)$$

ottenuta notando che l'intercetta sull'asse delle ordinate del prolungamento della curva stessa è ragionevolmente pari al valore di corrente ideale $I_D = k(V_{GS} - V_T)^2$.

La resistenza r_0 è equivalente alla resistenza Norton del generatore, r_u , poiché modifica il valore della corrente circolante proprio in base alla tensione ai suoi capi.

Con riferimento alla Fig.2.8, la corrente I_U effettivamente fornita al carico R_L è ottenibile come bilancio al nodo di uscita:

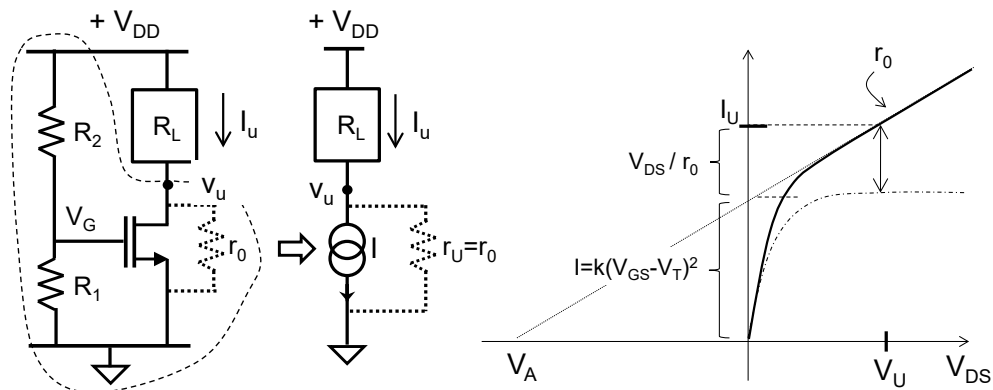


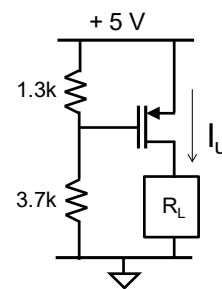
Fig. 2.8 *Calcolo della corrente in un generatore di corrente utilizzando un MOSFET reale avente r_0 finita.*

$$\begin{cases} k(V_{GS} - V_T)^2 + \frac{V_U}{r_0} = I_U \\ \frac{V_{DD} - V_U}{R_L} = I_U \end{cases}$$

La presenza di r_0 peggiora purtroppo le prestazioni del generatore di corrente a partitore resistivo, **modificando la corrente fornita I_U in base al carico e variando con esso**: se aumentiamo il carico R_L la corrente I_U diminuisce !

E 2.11

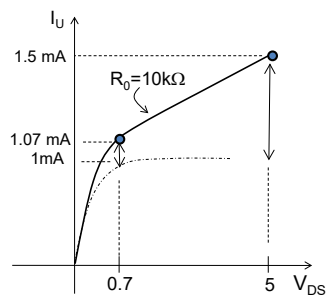
- Calcolare la corrente fornita dal generatore utilizzando un MOSFET con $k=4\text{mA/V}^2$, $V_T=0.8\text{V}$ e $V_A=10\text{V}$ quando il carico è $R_L=4\text{k}\Omega$.
- Calcolare la corrente quando invece $R_L=1\Omega$.
- Rappresentare graficamente sulla curva caratteristica le due situazioni di lavoro appena calcolate, cioè i due punti di lavoro.
- Stimare la corrente quando $R_L=10\text{k}\Omega$



(a) $I_U=1.07\text{mA}$.

(b) $I_U=1.5\text{mA}$

(c)

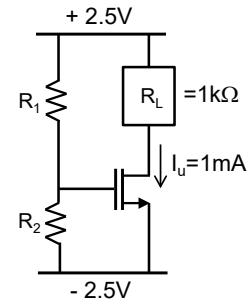


(d) $0.45\text{mA} < I_U < 0.5\text{mA}$

E 2.12

Considerare il generatore di corrente accanto.

- Progettare il partitore resistivo in modo che il generatore fornisca una corrente di 1 mA ad un carico $R_L = 1k\Omega$ quando si usi un transistor MOSFET ideale con $k = 1mA/V^2$, $V_T = 0.4V$ e $V_A = \infty$.
- Ricavare le variazioni percentuali nella corrente fornita qualora il transistor avesse una variabilità in k del 5% ed una variabilità in V_T del 20% tra lotti diversi di produzione.
- Lasciando invariato il partitore resistivo, calcolare l'effettiva corrente fornita al carico qualora lo stesso transistor abbia $V_A = 8V$. Rappresentare il punto di lavoro sul grafico caratteristico.
- Calcolare il massimo valore del carico R_L utilizzabile con questo generatore e la corrispondente corrente portata.
- Calcolare l'impedenza di uscita del generatore di corrente e rappresentarne il suo circuito equivalente.
- Ricavare la massima corrente che tale generatore potrà mai fornire ad un carico e dire per quale carico si presenterebbe tale situazione.



(a) $V_G = -1.1V$ che può essere ottenuto con un partitore $R_1 = 360k\Omega$ e $R_2 = 140k\Omega$ così da dissipare al suo interno 1/100 della corrente totale.

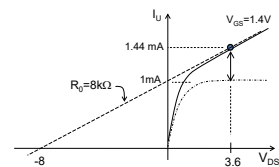
(b) $\delta I_U / I_U = 5\% + 16\%$.

(c) $I_U = 1.44mA$. Notate di quanto sia variata rispetto al caso ideale di 1mA!

(d) $R_{L|max} = 3556\Omega$ con $I_U = 1.125mA$.

(e) $Z_u = 8k\Omega$

(f) $I_{max|RL=0} = 1.625mA$



2.3.2 Generatori a specchio di corrente

L'uso di transistori “reali” (cioè con r_0 finita) nei generatori a specchio porta innanzitutto ad una *variazione della corrente nel ramo di riferimento*. Con l'aiuto della Fig.2.9, essa è calcolabile risolvendo le equazioni di bilancio di correnti al nodo di Drain/Gate:

$$\begin{cases} k(V_{SG} - V_T)^2 + \frac{V_{SG}}{r_0} = I \\ \frac{V_{SS} - V_{SG}}{R} = I \\ r_0 = \frac{V_A}{k(V_{SG} - V_T)^2} \end{cases} \quad (2.12)$$

dove è stato necessario considerare che il valore di r_0 non è noto e fisso ma varia con V_{SG} . Il legame tra r_0 e V_{SG} , inserito nella prima equazione, darebbe una equazione di 3° grado da risolvere.

Trovato il valore della tensione al Gate del ramo di riferimento, esso coinciderà con quello del transistor di destra. Quest'ultimo si trova quindi in una situazione identica a quella del generatore a partitore resistivo della Fig.2.8: V_{SG} è fissata (per cui è fissata la corrente “ideale” in essa circolante), r_0 è fissata ed ora si tratta solo di fare il bilancio di corrente al nodo di Drain.

Quindi *la corrente prodotta da un generatore a specchio dipende da r_0 e dal carico R_L allo stesso modo di un semplice generatore a partitore resistivo*. Tuttavia permangono i vantaggi di *minore sensibilità rispetto alle variazioni di k e/o di V_T* grazie al partitore a transistor nel ramo di riferimento, esplicitata dalla (2.12).

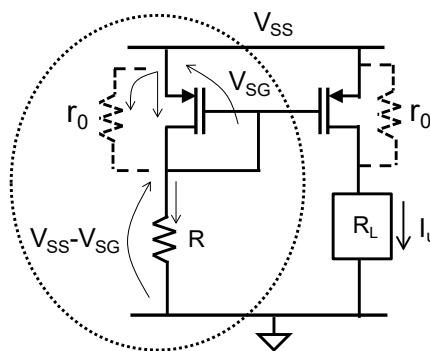


Fig. 2.9 Generatore di corrente a specchio utilizzando MOSFET reali (r_0 finita). Nel tratteggio è evidenziato il ramo di riferimento.

RISOLUZIONE DI SISTEMI di equazioni con il **METODO ITERATIVO**

E' utile imparare a risolvere i sistemi di equazioni come la (2.12) disaccoppiandole. Ciò è particolarmente vantaggioso quando singolarmente ogni equazione non sia maggiore del 2° grado (e quindi facilmente risolvibile) ma nell'insieme il sistema porti ad un grado superiore al 2°.

Si debba ad esempio trovare il valore di V_{SG} che risolva la (2.12) :

$$\begin{cases} k(V_{SG} - V_T)^2 + \frac{V_{SG}}{r_0} = I \\ \frac{V_{SS} - V_{SG}}{R} = I \\ r_0 = \frac{V_A}{k(V_{SG} - V_T)^2} \end{cases}$$

Per evitare di dover risolvere un'equazione di 3° grado in V_{SG} , tengo le prime due equazioni separate dalla terza, cioè :

$$\begin{cases} k(V_{SG} - V_T)^2 + \frac{V_{SG}}{r_0} = \frac{V_{SS} - V_{SG}}{R} \\ r_0 = \frac{V_A}{k(V_{SG} - V_T)^2} \end{cases}$$

Scelgo arbitrariamente un valore di r_0 ed inserisco questo valore nella prima equazione e la risolvo (è prassi in questo tipo di esempi elettronici prendere come valore iniziale $r_0 = \infty$, cioè partire dal caso di transistor ideale). Essendo l'equazione di 2° grado, ora è facile. Trovo così una prima ipotesi di valore di V_{SG} che inserisco ora nella equazione di r_0 , così da ottenere un corrispondente nuovo valore r_0 più realistico del precedente nel rappresentare il mio problema.

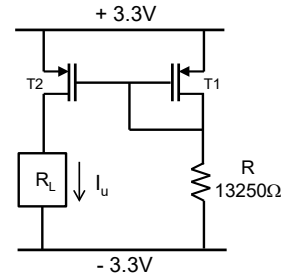
Ripeto il procedimento inserendo questo nuovo valore di r_0 nella prima equazione e ricalcolando il nuovo valore di V_{SG} .

Si ripete il calcolo fino a quando la differenza nei risultati tra un passo ed il successivo sia ritenuto trascurabile.

Questo modo di procedere per passi successivi è indicato come "**metodo iterativo**".

E 2.13

- a) Calcolare la corrente I_U fornita ad un carico $R_L=10\Omega$ dal seguente generatore a specchio realizzato con MOSFET aventi $k=1.6\text{mA/V}^2$, $V_T=0.8\text{V}$ e $V_A=6\text{V}$.
- b) Calcolare I_U quando $R_L=3\text{k}\Omega$ e commentarne il risultato.
- c) Quale valore di R_L renderebbe la corrente I_u identica a quella del riferimento circolante in $T1$?



a) Concentriamoci innanzitutto sul ramo di destra. Per risolvere analiticamente il problema basterebbe esprimere il bilancio di correnti al nodo di Drain:

$$\begin{cases} k(V_{SG} - V_T)^2 + \frac{V_{SG}}{r_0} = \frac{6.6\text{V} - V_{SG}}{13250} \\ r_0 = \frac{V_A}{k(V_{SG} - V_T)^2} \end{cases}$$

Scegliamo un valore di r_0 nella seconda con cui risolvere la prima e poi aggiorniamone il valore di nuovo con la seconda ("**metodo iterativo**"). Se il MOSFET avesse $V_A=\infty$ la tensione al Gate sarebbe $V_G=2\text{V}$ ($V_{od}=0.5\text{V}$) e l'equazione di 2° grado darebbe una corrente $I=k(V_{od})^2=400\mu\text{A}$.

Uso questo risultato nella seconda equazione : un transistor reale con questa V_{SG} avrebbe $r_0=V_A/400\mu\text{A}=15\text{k}\Omega$.

Risolviamo quindi di nuovo la prima equazione con il nuovo valore stimato di r_0 ($r_0=15\text{k}\Omega$): si ottiene $V_{SG}=1.245\text{V}$ ($V_{od}=0.445\text{V}$). Ad esso corrisponderebbe una corrente ideale (con $V_A=\infty$) di $317\mu\text{A}$ e quindi una nuova stima di $r_0=18.9\text{k}\Omega$. Si può quindi risolvere di nuovo l'equazione con questo nuovo valore di r_0 ed iterare la procedura fino a quando le modifiche da apportare ad ogni ciclo siano ritenute ininfluenti. In questo caso si verifica che con il valore $V_{SG}=1.25\text{V}$ ($V_{od}=0.45\text{V}$) si ha $r_0=18.5\text{k}\Omega$ e si è sufficientemente vicini al valore corretto di bilancio:

$$324\mu\text{A} + \frac{1.25\text{V}}{18500\Omega} = \frac{6.6\text{V} - 1.25\text{V}}{13250} \quad 324\mu\text{A} + 68\mu\text{A} \cong 404\mu\text{A} \quad \text{OK!}$$

Il transistor T2 avrà la stessa $V_{SG}=1.25\text{V}$, la stessa $r_0=18.5\text{k}\Omega$ e la corrente portata effettivamente dipenderà dalla tensione del suo Drain. Col carico $R_L=10\Omega$, la V_D sarà prossima a -3.3V . La corrente in uscita sarà quindi

$$I_U \cong 324\mu\text{A} + \frac{6.6\text{V}}{18500\Omega} = 680\mu\text{A}$$

La corrente è ben diversa dalla corrente di $404\mu\text{A}$ portata dal ramo di riferimento dello specchio (difficile continuare a chiamarlo specchio!).

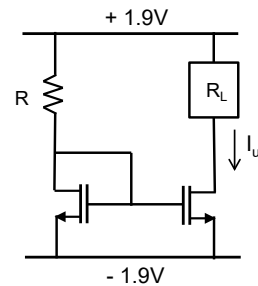
- b) Notare che se $R_L=3\text{k}\Omega$, $I_U=560\mu\text{A}$ confermando che il generatore a specchio è tanto scarso quanto quello a partitore resistivo nel compensare le variazioni di carico R_L .

- c) Per avere la corrente identica nei due rami dello specchio, ai capi di r_0 deve esserci la stessa tensione. Ciò avviene solamente se $R_L = 13250\Omega$.

E 2.14

Supponendo che i MOSFET del circuito della figura accanto abbiano $V_T = 0.6V$, $k = \frac{1}{2}\mu C_{ox}W/L = 400\mu A/V^2$ e $V_A = 3V$,

- a) Dimensionare R affinché in essa scorra una corrente di $100\mu A$.
b) Calcolare quale corrente effettivamente raggiunge il carico nei due casi di $R_L = 10\Omega$ ed $R_L = 33k\Omega$.



- a) Se $V_A = \infty$, per avere $I_D = 100\mu A$ dovrà essere $V_{GS} = 1.1V$. In questa situazione $r_0 \approx 30k\Omega$. Imposto quindi il sistema seguente:

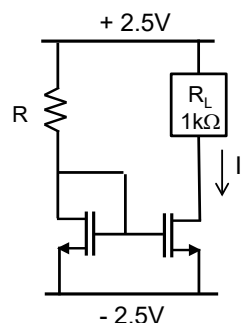
$$\begin{cases} \frac{3.8 - V_{GS}}{R} = 100\mu A \\ k(V_{GS} - 0.6)^2 + \frac{V_{GS}}{r_0} = 100\mu A \end{cases}$$

la cui soluzione è $V_{GS} = 1V$. Con questo valore si ottiene una nuova stima di $r_0 = 45k\Omega$. Reinserito questo valore nel sistema si ottiene la nuova stima di $V_{GS} = 1.04V$. Da questa si ricava il corrispondente $r_0 = 39k\Omega$. Ci si può fermare qui o fare un'altra iterazione trovando $V_{GS} = 1.03V$ e quindi $R \approx 27.7k\Omega$.

- b) Per $R_L = 10\Omega$ si ottiene $I \approx 170\mu A$; per $R_L = 33k\Omega$ si ottiene $I \approx 93\mu A$. Questi due valori così differenti evidenziano quanto "brutto" sia questo generatore di corrente, poiché la corrente fornita varia significativamente al variare del carico R_L .

E 2.15 Valutare quanto sia grande l'effetto di un MOSFET reale ($V_A=8V$) rispetto ad uno ideale nel definire la corrente inviata ad un carico $R_L=1k\Omega$ in un generatore di corrente a specchio. Si immagini che $V_T=0.4V$ e $k=1mA/V^2$. A tal fine:

- Calcolare il valore di resistenza R affinché il generatore porti all'uscita una corrente $I_U=1mA$ se utilizzando un MOSFET ideale ($V_A=\infty$).
- Con la R appena trovata, calcolare la corrente che invece si avrebbe nel carico se usassimo un MOSFET reale con $V_A=8V$.
- Calcolare il massimo valore del carico R_L utilizzabile con questo generatore e la corrispondente corrente portata.
- Calcolare l'impedenza di uscita del generatore di corrente.
- Ricavare la massima corrente che tale generatore potrà mai fornire ad un carico e dire per quale carico si presenterebbe tale situazione.



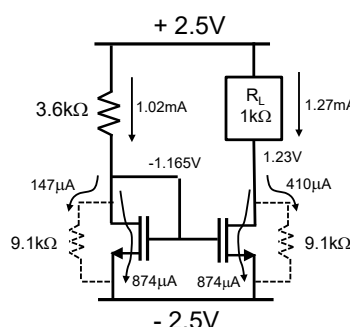
(a) $V_G=-1.1V$ da cui $R=3.6k\Omega$

(b) Il considerare il MOSFET reale impone di risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} k(V_G + 2.5 - 0.4)^2 + \frac{V_G + 2.5}{r_0} = \frac{2.5 - V_G}{3.6k} \\ r_0 = \frac{8}{k(V_{SG} - V_T)^2} \end{cases}$$

Utilizzando il metodo iterativo, mi accorgo che una prima iterazione (con $V_A=\infty$) l'ho già fatta nel punto (a). Pertanto parto da quel risultato con $r_0=8k\Omega$ ed ottengo il nuovo valore $V_G=-1.19$ a cui corrisponde un nuovo valore di $r_0=9.3k\Omega$. Se facessi una ulteriore iterazione (non veramente necessaria) otterrei $V_G=1.165V$ e $r_0=9.1k\Omega$.

Si ottiene così la situazione sintetizzata nello schema accanto, in cui i due MOSFET dello specchio portano una corrente interna di $0.87mA$ a cui si somma la corrente dovuta a r_0 . Con il carico di $R_L=1k\Omega$, la corrente che vi scorre è di $1.27mA$, ben diversa da quella del generatore ideale e ben diversa da quella portata dal ramo di riferimento dello specchio !

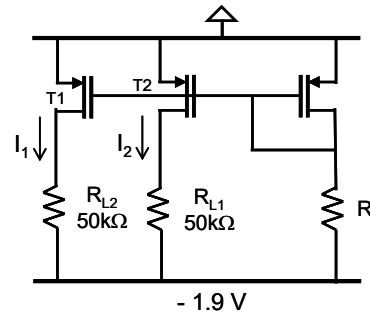


(c) $R_{L|max}=4160\Omega$

(d) $Z_u=9.1k\Omega$

(e) $I_{max}\cong 1.4mA$ per $R_L<1\Omega$

E 2.16 Progettare un generatore di corrente che fornisca $10\mu A$ a 2 carichi uguali di $50k\Omega$, utilizzando MOSFET con $k=10\mu A/V^2$, $V_T=0.6V$ e $V_A=3V$.
 a) calcolare il valore di R ;
 b) stimare la variazione della corrente fornita ai carichi dovuta ad una variazione del 5% del valore di k di tutti i transistori;
 c) calcolare la corrente fornita a R_{L1} dal generatore quando $R_{L1}=10\Omega$
 d) calcolare le ripercussioni sulla I_1 .



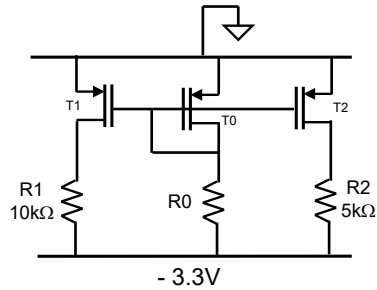
- a) Prendiamo il transistor T1. Dovrà essere verificata la seguente espressione di bilancio:

$$k(V_{SG} - V_T)^2 + \frac{1.4V}{r_0} = 10\mu A$$

Come valore di primo tentativo di r_0 prendiamo quello che si avrebbe con $10\mu A$ di corrente ($r_0=3V/10\mu A=300k\Omega$). Svolgendo i calcoli si otterrebbe $V_{SG}=1.33V$. In questo caso la r_0 sarebbe pari a $r_0=563k\Omega$, che reinserito nell'equazione darebbe $V_{SG}=1.47V$. Questo a sua volta darebbe $r_0=400k\Omega$ e quindi $V_{SG}=1.4V$. Se decido di fermarmi qui (perché gli scostamenti tra una soluzione e la successiva si stanno riducendo : $1.6V-1.33V-1.47V-1.4V$ e considero ormai ininfluenti ulteriori variazioni) trovo che il ramo di destra ha $V_D=-1.4V$. Il bilancio nel ramo di destra impone che $R=50k\Omega$, valore accidentalmente simile a R_{L2} e R_{L1} .

TRANSISTORI IDEALI o REALI

Abituiamoci a cogliere al volo le differenze tra l'usare o meno transistori reali. Considerare il circuito della figura seguente.



I transistori pMOSFET abbiano $V_T=0.4V$, $k_{T0}=k_{T1}=\frac{1}{2}\mu_p C_{ox} W/L=400\mu A/V^2$ e $k_{T2}=2\cdot k_{T1}=800\mu A/V^2$.

- Nel caso di $V_A=\infty$, dimensionare R_0 in modo che $T1$ porti $I_{T1}=100\mu A$
- Calcolare la differenza tra le due tensioni ai Drain di $T1$ e $T2$
- Mantenendo R_0 fissa al valore trovato prima, considerare ora il caso in cui i 3 MOSFET abbiano una $V_A=20V$. Rispondere se Vero o Falso alle seguenti affermazioni.

La corrente in R_0 è maggiore di prima V/F

La tensione $V_{SG|T0}$ è più piccola di prima V/F

La differenza di tensione tra i Drain dei due transistori $T1$ e $T2$ è nulla : $(V_{D1}-V_{D2})=0V$ V/F

2.3.3 Generatori con resistenza di Source

Analizziamo il generatore di corrente con la resistenza di degenerazione (Fig.2.10). Fissata la tensione di Gate, la corrente è ricavata risolvendo il sistema ottenuto facendo i bilanci di corrente ai nodi del circuito, in cui le incognite sono V_S , V_D , I ed anche r_0 dipendendo anch'esso da V_{GS} non ancora noto.

$$\begin{cases} \frac{V_{DD}-V_D}{R_L} = I \\ k(V_G - V_S - V_T)^2 + \frac{V_D-V_S}{r_0} = I \\ \frac{V_S}{R_S} = I \\ r_0 = \frac{V_A}{k(V_G-V_S-V_T)^2} \end{cases} \quad (2.13)$$

Anche in questo caso la via analitica ci porterebbe a risolvere una equazione di 3° grado. In alternativa, come abbiamo visto nel paragrafo precedente, si può risolvere il problema iterativamente disaccoppiando la quarta equazione dalle prime tre, assegnando ad r_0 un valore di "primo tentativo" con il quale risolvere il sistema del 2° ordine di 3 equazioni nelle 3 incognite V_D , V_S e I . Trovata la soluzione V_{GS} , si calcola il nuovo valore di r_0 e lo si introduce nel sistema di 3 equazioni come "nuovo tentativo". Si continua ad iterare in questo modo fino a quando i nuovi risultati differiscono di poco rispetto ai precedenti. Come valore di r_0 iniziale si può pensare di scegliere $r_0 = \infty$.

Come evidenziato nell'esercizio E2.17 l'architettura del generatore della Fig.2.10 è molto robusta alle variazioni del carico R_L . Intuitivamente ciò può essere compreso

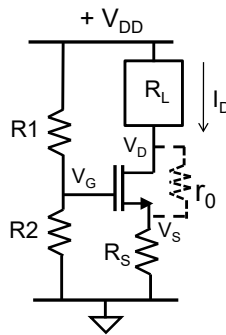
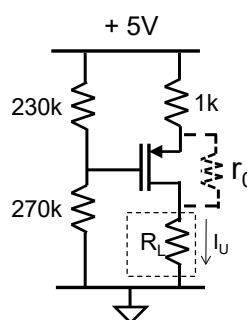


Fig. 2.10 Generatore di corrente utilizzando un MOSFET reale avente r_0 finita con resistenza di degenerazione per stabilizzare la corrente in uscita al variare del carico R_L .

supponendo ad esempio che R_L diminuisca, quindi la sua corrente aumenti, V_D dovrà salire in tensione provocando un aumento della tensione ai capi di r_0 , che farebbe aumentare la corrente in R_S . Ma così V_S si sposterebbe in alto, riducendo la corrente primaria nel MOSFET e quindi anche la corrente totale in R_L , controbilanciandone l'iniziale aumento. La corrente in uscita dal generatore tende quindi a rimanere quasi costante nonostante le variazioni del carico, e questo è molto positivo. Come vedremo nel prossimo paragrafo, il miglioramento è un riflesso della elevata resistenza di Drain di questo tipo di generatore di corrente.

E 2.17 Considerare il generatore utilizzando un pMOSFET caratterizzato da $k=4mA/V^2$, $V_T=0.8V$ e $V_A=10V$ mostrato nella figura accanto.

- Calcolare la corrente erogata ad una resistenza $R_L=1\Omega$.
- Calcolare la corrente erogata ad una resistenza $R_L=2.7k\Omega$.

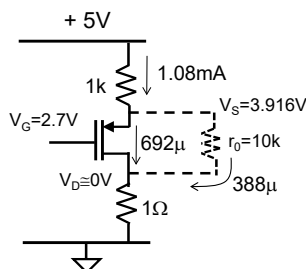


Se $V_A=\infty$ ($r_0=\infty$), si otterrebbe $V_{SG}=1.3V$ e $I=1mA$. Questa corrente sarebbe indipendente dal valore del carico R_L .

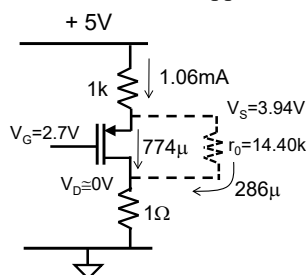
- Se $V_A=10V$, la corrente circolante sarà funzione del valore di V_D e quindi devo impostare il seguente sistema di bilancio delle correnti nel ramo di destra:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{5 - V_S}{1k} = I \\ k(V_S - 2.7 - 0.8)^2 + \frac{V_S - V_D}{r_0} = I \\ \frac{V_D}{R_L} = I \\ r_0 = \frac{V_A}{k(V_S - 2.7 - 0.8)^2} \end{array} \right.$$

Alleniamoci a risolvere il sistema iterativamente. Come valore di primo tentativo scelgo $r_0=10k\Omega$, ricavato dalla $V_{SG}=1.3V$ ottenuta prima con $V_A=\infty$. Risolvendo il sistema (attenzione a tenere qualche cifra significativa) si ottiene $V_S=3.916$, da cui $V_{SG}=1.216V$ e $I_u=1.08mA$. Tale situazione è rappresentata nella figura seguente:



Ma se il MOSFET avesse $V_{SG}=1.216V$ allora dovrebbe avere $r_0 \approx 14.4k\Omega$. Ripartendo nel conto con il nuovo valore di r_0 si otterrebbe $V_S=3.94$, da cui $V_{SG}=1.24V$ e $I_u=1.06mA$. Tale situazione è rappresentata nel seguente schema:



Potremmo ripetere una terza volta il conto con $r_0=12.9k\Omega$ ottenendo $V_S=3.93V$ e $I=1.07mA$. Poiché la corrente al carico è variata di poco (circa 1%, valore pari alle imprecisioni delle resistenze, e quindi inutile fare meglio!) rispetto alla precedente iterazione, mi considero soddisfatto e termino qui dicendo che con un carico da 1Ω la corrente portata dal generatore è di $1.07mA$.

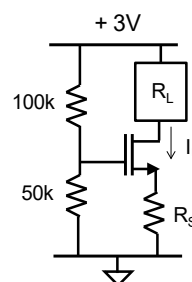
(b) Risolvo il sistema precedente con $R_L=2.7k\Omega$. Al primo tentativo uso sempre $r_0 \approx 10k\Omega$. Ottengo $V_S=3.977$, da cui $V_{SG}=1.277V$ e $I_u=1.02mA$. Ma se il MOSFET avesse $V_{SG}=1.277V$ allora dovrebbe avere $r_0 \approx 11k\Omega$. Ripartendo nel conto con il nuovo valore di r_0 si ottiene $V_S=3.98$, da cui $V_{SG}=1.28V$ e $I_u=1.02mA$.

Concludo osservando che **pur variando tantissimo la resistenza di carico, la corrente portata dal generatore rimane sostanzialmente uguale, modificandosi di meno del 3% !**

E 2.18

Considerare il generatore utilizzando un MOSFET a canale n ad arricchimento ($k=25mA/V^2$, $V_T=0.5V$, $V_A=30V$) mostrato nella figura.

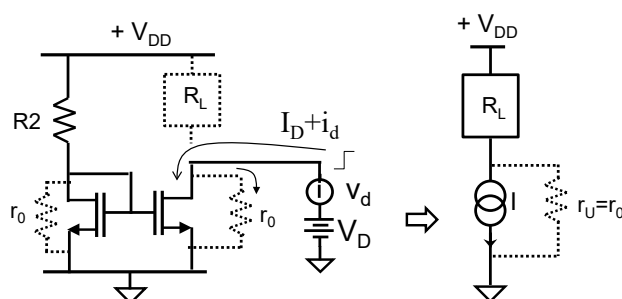
- Dimensionare R_S per fare scorrere una corrente di $1mA$ ad un carico R_L di 4Ω .
- Tenendo la R_S appena trovata, valutare la massima resistenza di carico alimentabile.



2.3.4 Calcolo della resistenza di uscita

La presenza di una r_0 associata al transistor reale usato nel generatore di corrente non solo condiziona la quantità di corrente portata da lui stesso (che ora dipende anche dal valore del carico) ma condiziona anche il comportamento del generatore su segnale quando utilizzato in circuiti più articolati. Per prepararci ad affrontare queste situazioni vediamo come ricavare l'impedenza di uscita r_U dei generatori di corrente visti fino ad ora. Essa è infatti la grandezza che caratterizza un generatore di corrente nella schematizzazione alla Norton e ne quantifica il comportamento quando sollecitato da segnali.

Il suo calcolo è semplice nel caso di un generatore a MOSFET con il Source direttamente collegato ad una alimentazione, come nel circuito della Fig.2.8 o dello specchio di Fig.2.9 e riportato qui di seguito. In questi casi la resistenza di uscita r_U coincide con r_0 .



Per il calcolo ci si è posti sull'uscita del generatore già polarizzato e si è immaginato di applicare una variazione di tensione, v_d , e di registrare la corrispondente variazione di corrente, i_U . Il rapporto tra queste due grandezze,

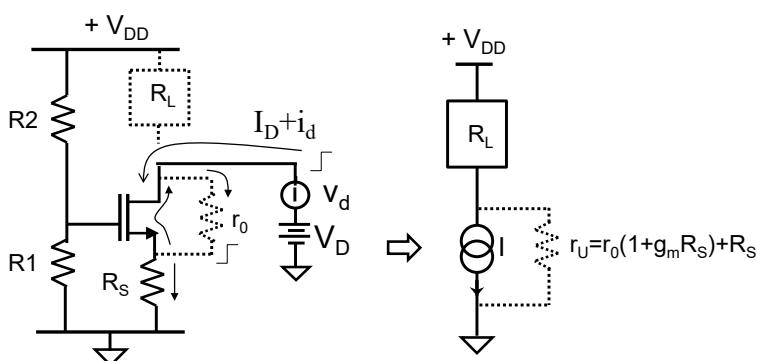


Fig. 2.11 Schema circuitale per il calcolo della resistenza di uscita del generatore di corrente reale con resistenza R_S al Source.

$v_d/i_d=r_U$ è proprio la resistenza r_U che il generatore mostrerebbe ad una sollecitazione analoga in un circuito.

Nel caso di un generatore con la resistenza sul Source (Fig.2.11), il calcolo della resistenza di uscita su segnale (che ripetiamo sottintende una linearizzazione del problema attorno al suo punto di lavoro già ricavato con la polarizzazione) richiede l'impostazione del seguente bilancio:

$$\begin{cases} \frac{v_d - v_s}{r_0} + (0 - v_s) \cdot g_m = i_d \\ \frac{v_s}{R_S} = i_d \end{cases} \quad (2.14)$$

Esso porta alla seguente soluzione:

$$r_U = \frac{v_d}{i_d} = r_0 \cdot (1 + g_m R_S) + R_S \quad (2.15)$$

Essa mostra come l'**impedenza di uscita** di un generatore di corrente con resistenza di Source sia **maggiore della semplice somma di R_S ed r_0** perché r_0 risente della presenza del transistor, con un effetto moltiplicativo di un fattore $(1+g_m R_S)$.

Questo risultato giustifica anche la sua migliore insensibilità alle variazioni del carico: una variazione di R_L produrrebbe una variazione di V_D e questa produrrebbe una variazione di I_u tanto più piccola quanto più grande è r_u .

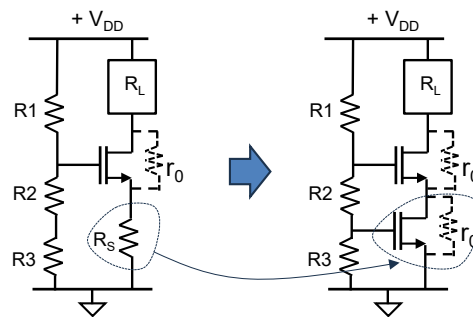
L'architettura con resistenza di Source è quindi migliore di tutte le altre non solo quanto a fornitura di corrente stabile al variare del carico ma anche quanto ad impedenza di uscita in applicazione su segnale. Non dimentichiamoci però che la tensione ai capi del carico ha una dinamica minore delle altre architetture a causa della caduta di tensione su R_S , proprio pari a $V_S=I R_S$. Questo aspetto diventa particolarmente limitante quando l'alimentazione è di basso valore, ad esempio quando $V_{DD}<1V$, spesso impedendone l'uso.

RESISTORI fatti con TRANSISTORI (2)

Un transistor reale può essere usato come resistore, sfruttando proprio la sua resistenza r_0 ! Un esempio è nei generatori di corrente, per migliorarne la resistenza di uscita su segnale e quindi la stabilità di corrente al variare del carico.

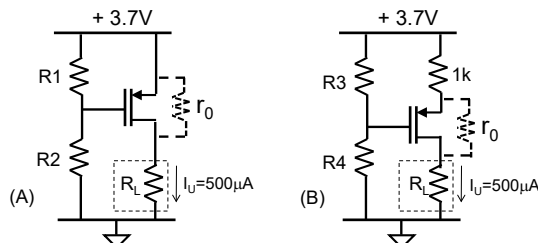
Nei generatori con resistenza di Source, come visto, il miglioramento di queste grandezze dipende dal termine $(1+g_m R_S)$. Tuttavia non è facile aumentare il valore della semplice resistenza R_S oltre il valore di $1/g_m$ (a pari alimentazione del circuito) ed in definitiva il miglioramento sarebbe di piccola entità.

Il miglioramento può invece essere molto elevato senza compromettere la dinamica del circuito sostituendo R_S con un transistor, così da sfruttare il suo valore elevato di r_0 a pari corrente circolante. Così facendo riusciamo addirittura a guadagnare in dinamica perché la tensione ai suoi capi può essere più piccola di quella che avremmo con R_S a pari corrente circolante !



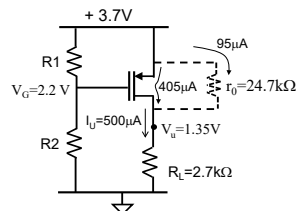
È questo un altro esempio d'uso di un transistor per le sue caratteristiche di resistore, come già visto nel caso di transdiodo per il partitore dello specchio.

E 2.19 Si vogliano confrontare i seguenti due generatori di corrente, realizzati con lo stesso transistor avente $k=500\mu A/V^2$, $V_T=0.6V$ e $V_A=10V$.



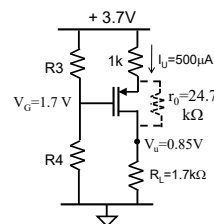
- Polarizzare il transistor del generatore di corrente A in modo che porti una corrente di circa $500\mu A$ ad un carico $R_L=2.7k\Omega$. Calcolare la sua impedenza di uscita.
- Mantenere la stessa identica polarizzazione anche nel transistor del generatore di corrente B. Calcolare il valore del carico R_L che consenta ciò.
- Confrontare i valori di impedenza di uscita dei due circuiti e metterli in relazione alla dinamica concessa al carico nei due casi.

a) La polarizzazione del generatore (A) è la seguente :



Da cui si ricava l'impedenza di uscita del generatore pari a $r_u=r_0=24.7k\Omega$.

- Poiché la corrente è di $500\mu A$ e la $R_S=1k\Omega$, per avere il transistor polarizzato identicamente a quello di prima basta spostare in basso di $500mV$ tutte le tensioni. Ne risulta che il carico deve valere $R_L=1.7k\Omega$. L'impedenza di uscita risulta ora pari a $r_u=48k\Omega$.
- L'impedenza di uscita del generatore con la resistenza di Source è quindi circa doppia di quella del generatore a partitore. Questo è un bene perché si traduce in una maggiore insensibilità della fornitura di corrente dal valore dell'effettivo carico a cui viene inviata. Tuttavia il fattore di miglioramento è solo di circa 2, un valore non particolarmente elevato a fronte di una dinamica di tensione ai capi del carico ridotta da $0-1.35V$ a $0-0.85V$, che in alcune applicazioni potrebbe essere molto più limitante della impedenza di uscita stessa.



SNOWBALL

Si voglia realizzare un generatore di corrente di qualità usando MOSFET con $V_T=0.5V$, $k=4mA/V^2$ e $V_A=5V$. Si seguano passo passo le domande seguenti, rispondendo ad esse come se foste al lavoro attorno ad un caso aziendale.

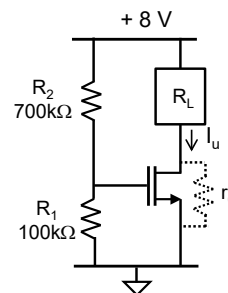
- a) Partiamo dalla semplice configurazione a partitore resistivo della figura. Quale è il valore di r_0 ? [5k Ω]

- b) Quale è il massimo valore di resistenza accettabile per il carico e quanta corrente vi scorrerebbe ? [6.8k Ω , 1.1mA]

- c) Quale è il minimo valore di resistenza accettabile per il carico e quanta corrente riceverebbe ? [0 Ω , 2.6mA]

- d) Quale è la dinamica di tensione consentita ai capi del carico ? [Da 0 a 7.5V]

- e) Come giudichereste il circuito ? Buono, medio, scarso, Perché? [...]



Ora pensate bene di migliorare il circuito adottando la nota ed apprezzata configurazione a specchio, come in figura (costruita cercando di mantenere il transistor di uscita nello stesso punto di lavoro del precedente).

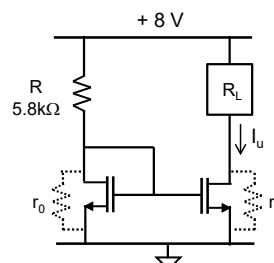
- f) Quanta corrente porta il ramo di riferimento dello specchio (a sinistra nel nostro schema) ? [1.2mA]

- g) Quale è il massimo valore di resistenza accettabile per il carico e quanta corrente vi scorrerebbe ? [6.8k Ω , 1.1mA]

- h) Quale è il minimo valore di resistenza accettabile per il carico e quanta corrente vi scorrerebbe ? [0 Ω , 2.6mA]

- i) Quale è la dinamica di tensione consentita ai capi del carico ? [Da 0 a 7.5V]

- j) Come giudichereste questo circuito ? Buono, medio, scarso, Come si confronta con quello precedente ? [...]



Purtroppo vi rendete conto che la soluzione a specchio di corrente non ha dato i risultati desiderati, anzi incomincia ad esservi di disturbo il fatto che lo specchio non specchi proprio più. Facendo tesoro delle conoscenze acquisite nelle pagine precedenti tentate la carta del generatore di corrente con la resistenza di Source, come quello della figura accanto (anche questo è stato costruito cercando di

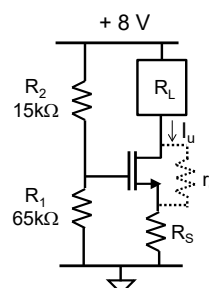
mantenere il transistore di uscita nello stesso punto di lavoro dei due precedenti, per permetterne un confronto equo, usando $R_S=5k\Omega$).

k) Quale è il massimo valore accettabile per il carico R_L e quanta corrente vi scorrerebbe ? [1.8k Ω , 1.1mA]

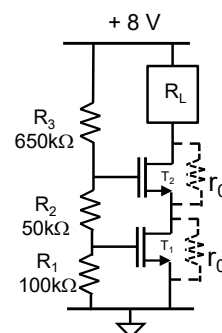
l) Quale è il minimo valore di resistenza accettabile per il carico e quanta corrente vi scorrerebbe ? [0 Ω , 1.12mA]

m) Quale è la dinamica di tensione consentita ai capi del carico ? [Da 0 a 2V]

n) Come giudichereste questo circuito ? Buono, medio, scarso, Come si confronta con quelli precedenti ? Perché ? [...]



I risultati sono confortanti : finalmente un generatore con la corrente fornita stabile pur variando a piena dinamica il carico. Peccato che la dinamica ai capi del carico sia di soli 2V con una alimentazione di 8V, non sostenibile dal punto di vista progettuale. Pensate a ... come togliere la resistenza di Source (che da sola si mangia ben 5.5V!) senza toglierla per non buttare al vento i vantaggi che abbiamo capito lei dà. Di classe buttate giù lo schema accanto:



o) Quale tensione ha il Gate di T2 ? Riesce a mantenere il transistore T1 entro la sua zona di funzionamento corretta ?

p) Quale corrente viene fornita ad un carico di 6.3k Ω ? [1.1mA]

q) Quale corrente verrebbe fornita ad un carico di pochi Ohm ? [1.12mA]

r) Quale sarebbe ora la dinamica di tensione ai capi del carico ? [Da 0 a 7V]

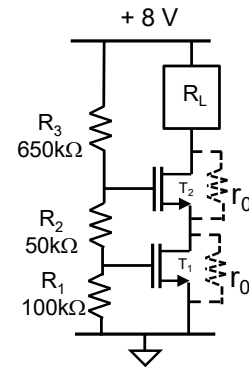
Ora vi immagino soddisfatti. Aprite il pacchetto dei migliori biscotti che avete in casa e festeggiate. Il cielo è limpido e l'aria frizzante. Ma prima di uscire chiedetevi :

s) Quale modifica apportereste al transistore T1 per migliorare ulteriormente il circuito, anche dal punto di vista della tecnologia dei MOSFET ?

t) Quale modifica apportereste al transistore T2 ?

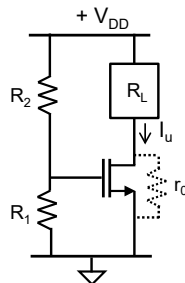
u) E' piu' efficace modificare T1 o T2 ?

E 2.20 Calcolare l'impedenza di uscita del generatore mostrato nella figura accanto utilizzando un MOSFET con $V_T=0.5V$, $k=4mA/V^2$ e $V_A=10V$.



$$r_u = 420 \text{ k}\Omega.$$

Confronto tra architetture di GENERATORI DI CORRENTE

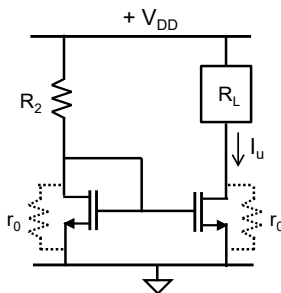


- Corrente I_u al carico molto dipendente dal carico stesso
- Molto sensibile alle caratteristiche del transistor (V_T , k , r_0) ed all'ambiente (T):

$$\frac{\partial I_U}{I_U} \approx \frac{\partial k}{k}$$

$$\frac{\partial I_U}{I_U} \approx -2 \frac{V_T}{(V_{GS} - V_T)} \frac{\partial V_T}{V_T}$$

- Massima dinamica di tensione ai capi del carico
- Bassa resistenza dinamica di uscita, pari alla r_0 del transistor utilizzato (meglio usare L grandi)

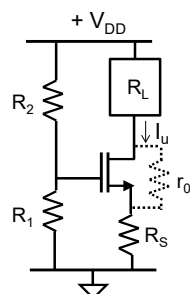


In un circuito integrato, con MOSFET identici:

- Corrente I_u al carico molto dipendente dal carico
- Massima dinamica di tensione ai capi del carico
- Bassa resistenza di uscita, pari alla r_0 del transistor utilizzato (meglio usare L grandi)
- Poco sensibile alle caratteristiche del transistor (V_T , k) ed all'ambiente (T):

$$\frac{\partial I_D}{I_D} \approx \frac{1}{(1 + g_m R)} \cdot \frac{\partial k}{k}$$

$$\frac{\partial I_U}{I_U} \approx -2 \frac{V_T}{(V_{GS} - V_T)} \cdot \frac{1}{(1 + g_m R)} \cdot \frac{\partial V_T}{V_T}$$



- Resistenza di uscita su segnale molto elevata

$$r_U = \frac{v_d}{i_d} = r_0 \cdot (1 + g_m R_S) + R_S$$

- Corrente I_u al carico poco dipendente dal carico stesso
- Minore dinamica di tensione ai capi del carico
- Poco sensibile alle caratteristiche del transistor (V_T , k) ed all'ambiente (T):

$$\frac{\partial I_D}{I_D} \approx \frac{1}{(1 + g_m R)} \cdot \frac{\partial k}{k}$$

$$\frac{\partial I_U}{I_U} \approx -2 \frac{V_T}{(V_{GS} - V_T)} \cdot \frac{1}{(1 + g_m R)} \cdot \frac{\partial V_T}{V_T}$$

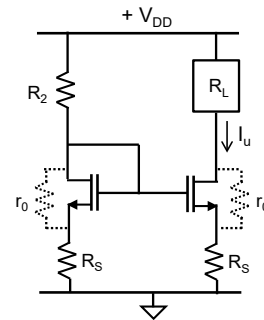
NOTE AVANZATE di PROGETTO

Come realizzare un generatore a specchio con alta resistenza di uscita ?

Per quanto visto fino ad ora, per aumentare la resistenza di uscita di un generatore si deve :

- i) scegliere un transistor con L grande in modo che la sua V_A sia grande;
- ii) aggiungere una resistenza di "degenerazione" sul Source.

Entrambe queste accortezze possono essere messe in pratica in uno specchio di corrente, nel modo ad esempio mostrato qui accanto aggiungendo una uguale resistenza R_S al Source di entrambi i MOSFET, rendendo il ramo di uscita dello specchio simile al generatore con resistenza di Source.

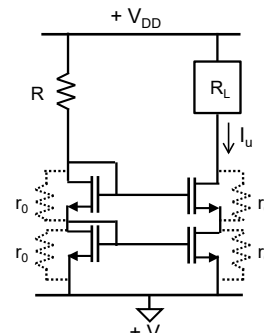


Ovviamente più R_S è grande e più viene limitata la tensione a disposizione del carico R_L .

Sviluppi ulteriori ? Come avere una R_S grande che non usi troppa tensione ?

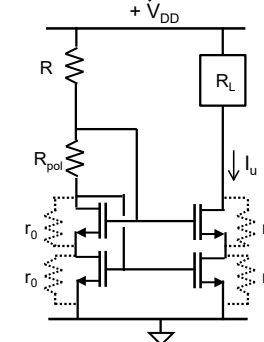
Perché non pensare di utilizzare proprio una r_o come resistenza di "degenerazione" al posto di R_S !

Essa infatti può essere di valore elevato senza "occupare" troppa tensione ai suoi capi. Qui di fianco è mostrata una proposta: poiché uno specchio va sempre fatto bilanciato, bisogna aggiungere il MOSFET su entrambi i rami.



Sviluppi ulteriori ? Come ri-guadagnare dinamica di uscita ?

Quale pensi sia il vantaggio di collegare lo specchio come nello schema qui a fianco rispetto a quello appena visto? Sappi che questa soluzione è quella effettivamente preferita dai progettisti di circuiti integrati. Perché ?



Con che criterio sceglieresti R_{pol} ?

Notate che questo circuito necessita che $V_T > V_{od}$.

2.4 GENERATORI DI CORRENTE A BJT

Ricordando il principio di funzionamento del transistor bipolare e la sua relazione caratteristica tra il comando V_{BE} e la corrente I_C prodotta :

$$I_C \cong I_S \cdot e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} \quad (2.16)$$

si sarebbe indotti a realizzare un generatore di corrente fissando direttamente la tensione V_{BE} per ottenere la desiderata I_C da mandare su di un carico R_L , come nella Fig.2.12. Questa modalità di collegamento ha però diversi svantaggi:

- la corrente di collettore dipenderebbe direttamente dalla corrente di saturazione inversa I_S del BJT, la quale è molto variabile da lotto a lotto anche di 2 o 3 ordini di grandezza. Ciò non renderebbe possibile né prevedere con precisione il valore di I_C né tantomeno confidare che circuiti nominalmente uguali portino effettivamente tutti la stessa corrente;
- data la relazione esponenziale tra V_{BE} e I_C , piccole imprecisioni sulla V_{BE} determinerebbero ampie variazioni di I_C , per cui non si conoscerebbe mai con precisione l'effettiva corrente di Collettore, vale a dire l'effettiva corrente di uscita del generatore di corrente.

Pertanto **un BJT non dovrebbe mai essere "polarizzato" di tensione**, cioè avere il suo punto di lavoro vincolato da una tensione V_{BE} fissa. Anche dal grafico della Fig.2.12 si percepisce come, data la ripidità della curva esponenziale, sia impossibile fissare I_C ad un valore prestabilito fissando V_{BE} .

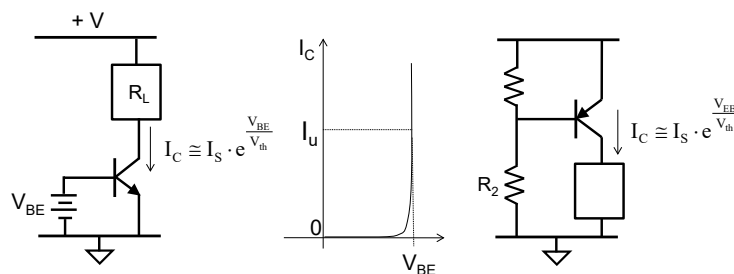


Fig. 2.12 Esempi di controllo in tensione di un BJT. Questo tipo di collegamento va evitato perché non produce una corrente di collettore precisa e riproducibile.

Meglio progettare il generatore di corrente in modo che sia **fissata la corrente di Base, I_B** , da cui I_C dipende solo linearmente attraverso β :

$$I_C = \beta I_B \quad (2.17)$$

Questo è il caso del generatore di corrente della Fig.2.13. Per calcolare le correnti e le tensioni in questo circuito, ed in generale in tutti i circuiti che contengono un BJT, conviene attenersi alla seguente semplice regola pratica:

si suppone a priori che il dispositivo sia polarizzato in zona attiva diretta e che abbia la "giusta" dimensione in modo che, attraversato dalla corrente di progetto, la tensione tra Base ed Elettore assuma un valore pari a $V_{BE} \cong 0.7V$.

Questa assunzione consente in genere di ricavare tutte le correnti e le tensioni nel circuito. Alla fine si verifica che questa assunzione non abbia generato qualche incongruenza (per esempio che la giunzione base-collettore sia in diretta) e all'atto della realizzazione effettiva del circuito si porrà attenzione a scegliere un transistor con le dimensioni giuste per portare quella corrente.

Anche il β del transistor è un parametro variabile che dipende dai processi di fabbricazione (drogaggi di emettitore e di base, dimensioni delle zone di emettitore e di base, che possono variare da dispositivo a dispositivo dello stesso tipo) ed anche dalla temperatura (n_i , V_{th}). Nella pratica accade facilmente che la variabilità di β tra transistori diversi realizzati con lo stesso processo tecnologico in tempi diversi o in fabbriche diverse raggiunga anche il 50%, mentre all'interno di uno stesso chip la variabilità è contenuta in pochi %. Essa è comunque molto minore della variabilità di I_S .

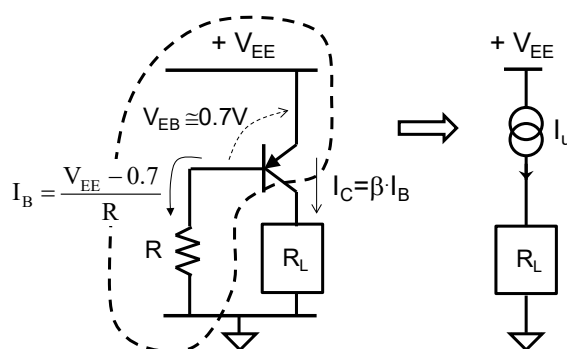


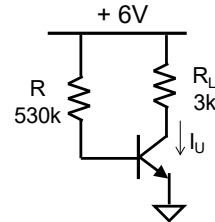
Fig. 2.13 Generatore di corrente in cui i collegamenti al BJT fissano la corrente di base e, tramite il suo valore di β , la corrente di collettore. Questo tipo di collegamento è sicuramente migliore di quello in Fig.2.12 perché la variabilità di β è molto minore di quella di I_S .

E 2.19

(a) - Calcolare il valore della corrente fornita al carico dal generatore di corrente accanto, il cui transistor bipolare ha un β nominale pari a 100 e $V_A = \infty$.

(b) - Calcolare la variazione della corrente di Collettore al variare del valore del β del transistor dal valore nominale ad un nuovo valore pari a 150 e ad un nuovo valore pari a 50, equivalenti ad una variazione del β di $\pm 50\%$.

(c) - Calcolare il massimo valore di β oltre cui il circuito non funzionerebbe più come generatore di corrente ideale.



(a) - Supponendo che il transistor funzioni nella zona attiva diretta e che sia scelta la dimensione giusta, la tensione V_{BE} sarà pari circa a 0.7V. La corrente di Base è quindi $I_B \approx 5.3V/R = 10\mu A$ e la corrente in uscita dal generatore $I_C = \beta I_B = 1mA$. Poiché il potenziale del Collettore è pari a 3V, la giunzione Base-Collettore è polarizzata inversamente (2.3V) e quindi il BJT opera effettivamente nella sua corretta zona di funzionamento (in zona attiva diretta), come ipotizzato all'inizio.

Si noti come una differente scelta del valore di V_{BE} (ad esempio $V_{BE} = 0.67V$ o $V_{BE} = 0.72V$, come potrebbe in realtà verificarsi in un dispositivo reale) non avrebbe modificato in modo apprezzabile il valore calcolato della corrente.

(b) - Il valore di I_C dipende direttamente dal β del transistor secondo la relazione $I_C = \beta I_B$. Pertanto la sensibilità di I_C al variare del β è esprimibile come:

$$\frac{\partial I_C}{\partial \beta} = I_B = \frac{I_C}{\beta} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial I_C}{I_C} = \frac{\partial \beta}{\beta}$$

Una variazione del 50% del β comporta quindi una analoga variazione del 50% di I_C .

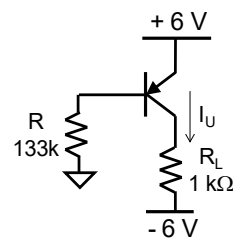
(c) - Il transistor entra in saturazione ($V_{CE} = 0.2V$) se $\beta > 193$ ($\delta\beta/\beta > +93\%$), compromettendo il buon funzionamento del generatore.

E 2.20

a) Calcolare la corrente fornita al carico ($1k\Omega$) dal seguente generatore di corrente utilizzando un BJT con $\beta = 200$ e $V_A = 50V$, e disegnare il circuito equivalente Norton del generatore di corrente.

b) Calcolare la corrente fornita ad un carico R_L di soli 4Ω .

c) Calcolare l'intervallo di valori che può avere il carico affinché possa essere collegabile al generatore.



[a] $V_C = 2.55V$ e $I = 8.55mA$; b) $I \approx 9.92mA$; c) $0 < R_L < 1475\Omega$

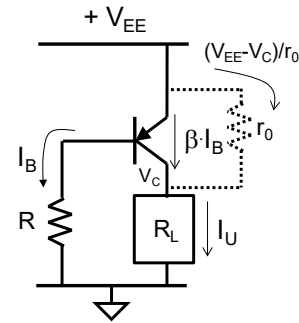
In un BJT reale, avente una V_A finita la corrente di uscita è ulteriormente modificata in valore dalla presenza della resistenza finita r_0 tra Collettore ed Emettore. La corrente in uscita può essere stimata dalla seguente relazione:

$$\beta \cdot I_B + \frac{V_{EE} - I_U \cdot R_L}{r_0} = I_U$$

Supponendo in prima approssimazione che il valore $\beta \cdot I_B$ sia fissato, il transistor sta operando su una fissata curva caratteristica, il cui valore di r_0 è fissato a

$$r_0 \cong \frac{V_A}{\beta \cdot I_B} \quad (2.18)$$

indipendentemente dalla tensione di Collettore.



Nonostante che l'architettura della Fig.2.13 sia molto migliore di quella della Fig.2.12, tuttavia in molte occasioni i generatori così fatti ancora non soddisfano le specifiche di precisione, riproducibilità e stabilità richieste nelle applicazioni. Nel seguito saranno illustrate alcune soluzioni circuitali per ottenere generatori di corrente più precisi e stabili, meno sensibili a variazioni di β o della temperatura.

2.4.1 Generatori di corrente a specchio

Un miglioramento significativo lo si ottiene con una configurazione a specchio, analoga a quella vista con i MOSFET ed ora mostrata nella Fig.2.14 con i BJT. L'idea è quella di replicare il transistor di uscita (T2) con un altro identico (T1) avente rigorosamente la stessa tensione tra Base ed Emettore, così da assicurarci di avere in entrambi i BJT la stessa tensione di comando e quindi la stessa corrente. Per definire la corrente in T1 basta cortocircuitare la base con il collettore di T1 così da avere 0.7V ai capi del dispositivo e porre in serie ad esso una resistenza (si noti che T1 continua a funzionare bene in zona attiva diretta nonostante il cortocircuito tra B e C!).

Chiamiamo *corrente di riferimento*, I_{rif} , la corrente che viene forzata a scorrere nella resistenza R e che vale

$$I_{rif} = \frac{V_{CC} - (-V_{EE} + 0.7)}{R} \quad (2.19)$$

Poiché, $V_{BE1}=V_{BE2}=V_{BE}$ le correnti di T_1 e T_2 sono legate dalle relazioni:

$$I_1 = I_{S1} \cdot e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} \quad \text{e} \quad I_2 = I_{S2} \cdot e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}} \quad (2.20)$$

dove le correnti di saturazione I_{S1} ed I_{S2} sono proporzionali alle aree dei due transistori e V_{th} è supposta uguale nei due transistori perché alla stessa temperatura. La corrente continuerebbe a dipendere ancora direttamente dalla I_S dei due transistori ma costruendo i due transistori integrati sullo stesso chip e posti a pochi micron uno dall'altro si verifica sperimentalmente che i valori di I_S risultano in pratica coincidenti. Se i transistori sono uguali ed isotermini, $I_1=I_2$. Imponendo il bilancio delle correnti, si trova il legame tra la corrente di riferimento e la corrente del transistore T_2 che rappresenta la corrente di uscita I_U del generatore:

$$I_u = \frac{I_{rif}}{1 + 2/\beta} \quad (2.21)$$

Il circuito, quindi, ha la caratteristica di riproporre in uscita (*specchiare*) il valore della corrente di riferimento tanto meglio quanto più grande è il β dei transistori, cioè quanto più la loro corrente di Base sia trascurabile. E' la presenza di questa corrente di Base l'unica differenza rispetto allo specchio a MOSFET. Essa ha la conseguenza che la corrente "specchiata" non sia perfettamente uguale a quella di riferimento.

Eventuali variazioni di β si ripercuotono sul valore di I_u con una riduzione tanto maggiore quanto maggiore è il β nominale dei due transistori, secondo la relazione:

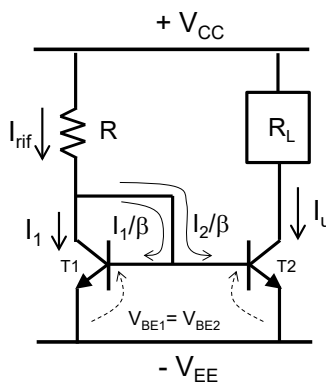


Fig. 2.14 Generatore di corrente realizzato con uno specchio di corrente a bipolari.

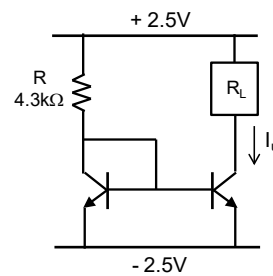
$$\frac{\partial I_u}{\partial \beta} = I_{rif} \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)^2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\beta^2}$$

da cui si ottiene

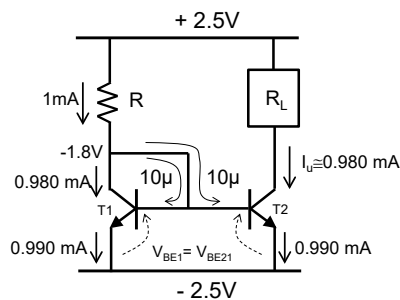
$$\frac{\partial I_u}{I_u} = \frac{\partial \beta}{\beta} \cdot \left(\frac{2}{2 + \beta} \right) \quad (2.22)$$

E 2.21

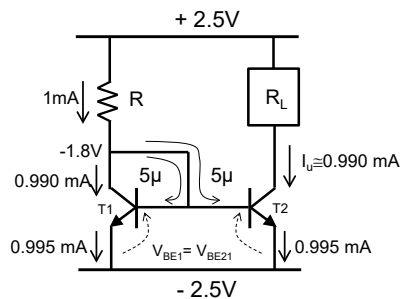
- a) Calcolare la corrente I_u del seguente generatore di corrente a specchio i cui transistori identici hanno $\beta=100$ e $V_A=\infty$.
 b) Calcolare la variazione percentuale della corrente di uscita qualora il valore di β di entrambi i transistori vari del 100% passando da 100 a 200.



(a) – La figura seguente mostra i valori delle correnti circolanti nei vari rami del generatore:



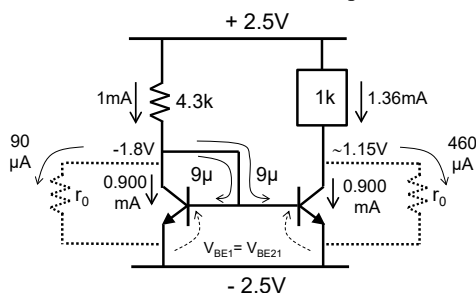
(b) – Nel caso di $\beta=200$, le correnti sarebbero le seguenti:



La variazione della corrente di uscita I_U è solo di $10\mu A$ rispetto a $980\mu A$, cioè di poco più del 1%, a fronte di una variazione di β del 100% ! Il generatore di corrente a specchio è effettivamente molto stabile, come anticipato dalla (2.17) e calcolato nella (2.22).

E 2.22 a) Ricalcolare la corrente al carico del circuito precedente ($\beta=100$) nel caso ora di un BJT reale con $V_A=8V$ e con $R_L=1k\Omega$.
b) Calcolare il massimo ed il minimo carico applicabile in uscita e le corrispondenti correnti fornitegli.

Il BJT ha una $r_0 \approx 8 \text{ k}\Omega$. Le correnti circolanti sono quindi come in figura



- b) Con $R_L=0\Omega$ si ha $I_U=1.525mA$; con $R_L=5.18k\Omega$ si ha $I_U=0.925mA$.
Quindi, a causa di V_A finito, il generatore di corrente non si comporta molto bene quanto a costanza della corrente al variare del carico.

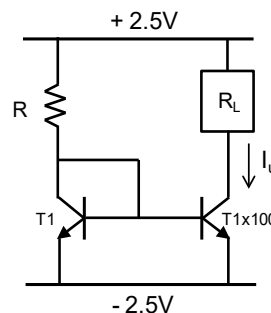
Se si volesse produrre una corrente diversa da quella del ramo di riferimento, basterebbe fare il transistor T2 con area corrispondentemente diversa da quella di T1. Ad esempio se l'area di T₂ fosse doppia di quella di T₁, I₂=2·I₁ e

$$I_u = 2 \frac{I_{rif}}{1 + 3/\beta}$$

per cui agendo solo sul rapporto delle aree dei transistori è possibile variare la corrente di T_2 rispetto alla corrente di riferimento entro un buon margine di valori. Bisognerà solo evitare che la corrente in T_2 sia troppo più grande di quella in T_1 perché a quel punto la somma delle correnti di base può diventare significativa rispetto alla I_{rif} e modificare conseguentemente la corrente di uscita del generatore nonché aumentare la sua sensibilità a variazioni dei parametri dei transistori, come evidenziato in alcuni degli esempi che seguono.

E 2.23 Considerare l'architettura circuitale a specchio in cui ora il transistor di uscita abbia un'area 100 volte maggiore del transistor del ramo di riferimento.

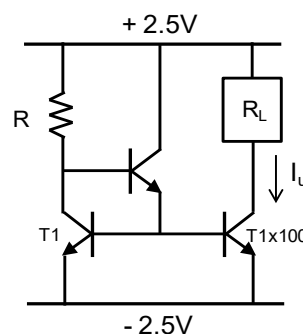
- a) Nel caso in cui entrambi i transistori abbiano $\beta=100$ calcolare il valore della resistenza R per avere una corrente di uscita di 100mA;
b) Calcolare di quanto varierebbe la corrente di uscita I_u qualora il β di entrambi i BJT variesse del 100% passando da 100 a 200.



$$[R=2.15k\Omega; I_u=133mA, \Delta I_u/I_u=33\%]$$

E 2.24 Verificare che la modifica introdotta nel circuito accanto aumenta enormemente la stabilità della corrente in uscita dal generatore rispetto all'E 4.21.

- a) Calcolare il nuovo valore della resistenza R per avere la stessa corrente di 100mA in uscita dell'esercizio precedente
b) Calcolare la variazione indotta dal cambio di β di entrambi i transistori del 100% passando da 100 a 200 e confrontare il risultato con quello dell'esercizio precedente individuando il motivo di tale miglioramento.



Il problema rilevato nell'esercizio precedente era che una variazione del β dei transistori comportava una variazione delle correnti di base che si ripercuotevano in una variazione della corrente prelevata dal ramo di riferimento dove c'è la resistenza R . Questo comportava che la corrente in $T1$ cambiasse e quindi cambiasse pure la corrente in $T2$.

La soluzione proposta qui diminuisce il prelievo di corrente dal ramo di riferimento, lasciando che quasi tutta I_{rif} scorra in $T1$. Essendo I_{rif} stabilizzata, anche la corrente specchiata in $T1x100$ sarà stabilizzata e sostanzialmente indipendente da β .

a) Per avere 100mA in uscita, la resistenza dovrà essere $R \approx 3.6k\Omega$.

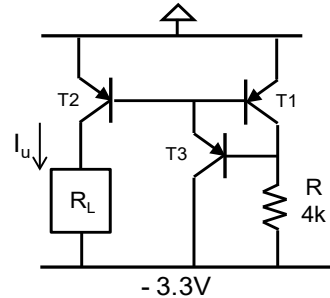
b) Al variare di β da 100 a 200, la variazione della corrente è ora impercettibile e può essere ricavata facendo il bilancio di corrente al nodo di collettore di $T1$:

$$I_{mA} = I + \left(\frac{I}{\beta} + \frac{I \cdot 100}{\beta} \right) \cdot \frac{1}{\beta}$$

da cui $I_u = I \times 100$. Si ricava quindi un valore $\Delta I_u/I_u = 0.7\%$ per $\Delta \beta/\beta = 100\%$!

E 2.25 a) Calcolare la corrente I_u del seguente specchio di corrente ($\beta=100$)

b) Calcolare il valore minimo del β dei transistori (supposti per semplicità tutti uguali), che permetta di avere una differenza tra la corrente di riferimento e quella specchiata inferiore all'1%.



(a) - Per la presenza di T_3 solo $1/\beta$ della corrente di Base di T_1 e di T_2 è prelevata dal ramo di ingresso, rendendo ancora più trascurabili le correnti di Base di T_1 e T_2 rispetto a I_{rif} . Quindi $I_u = I_{rif} = 475 \mu A$.

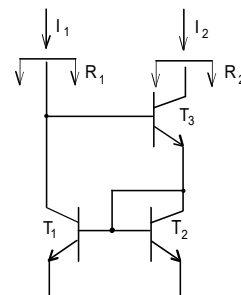
(b) - Poiché in questo tipo di generatore di corrente si ha

$$I_u \cong \frac{I_{rif}}{1 + 2/\beta^2}$$

basta usare transistori con $\beta > 14$ per avere una differenza tra le correnti inferiore all'1%.

E 2.26 Si consideri il seguente specchio di corrente, detto specchio di Wilson.

Valutare il rapporto I_1/I_2 in funzione del β dei transistori e determinare quale corrente tra I_1 e I_2 gioca il ruolo di I_{rif} e quale quello di I_u .



2.4.2 Specchi di corrente a BJT ad uscite multiple

Schemi circuitali impieganti gli specchi di corrente sono utilizzati per fornire la corrente in più rami di un circuito. Un esempio è illustrato nella Fig.2.15. L'aggiunta dei transistori T1, T2 e T3 in parallelo al BJT di riferimento T ha però l'effetto di sommare le loro correnti di Base a quelle di T e quindi di aumentare la differenza tra la corrente I_{rif} e quella erogata dai singoli transistori. In questi casi bisogna quindi ricalcolare il valore della resistenza R da usare nel ramo di riferimento ogni volta che si aggiunge un ramo di uscita, soprattutto se quest'ultimo porta una corrente multipla rispetto al riferimento stesso. Nell'esercizio seguente sono riportati dei *distributori di correnti* a specchio che forniscono corrente dall'alto ed anche assorbono corrente dal basso del carico.

Vi sarà sempre più chiaro nei prossimi capitoli che i generatori di corrente sono usati per :

- polarizzare un circuito;
- costituire un carico a grandissima impedenza (grazie alla sua alta resistenza di uscita) da utilizzarsi negli amplificatori per ottenere grandi guadagni in tensione.

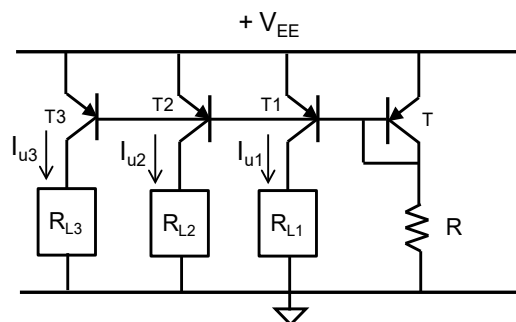
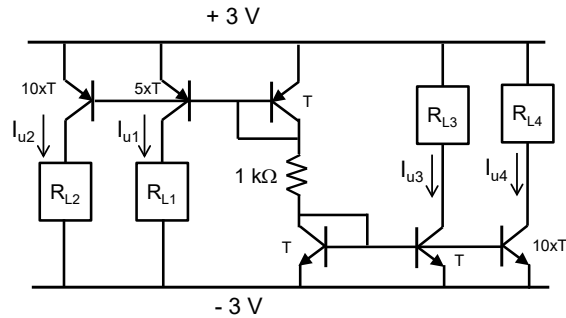
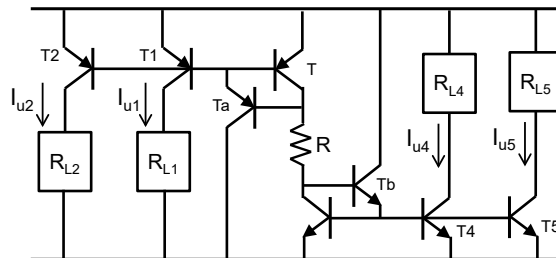


Fig. 2.15 Generatore a specchio ad uscite di corrente multiple.

E 2.27 Nel seguente sistema di generatori di corrente interallacciati a specchi multipli



- Calcolare la corrente nei 4 rami di uscita del generatore nell'ipotesi che tutti i transistori abbiano $\beta=70$ e dimensioni reciproche come indicato nella figura.
- Calcolare la variazione percentuale della corrente ad ogni uscita dovuta ad una variazione del 20% del β di tutti i transistori
- Modificare il circuito secondo lo schema seguente con l'aggiunta di due transistori al posto del cortocircuito tra Collettore e Base, aventi entrambi lo stesso beta degli altri transistori. Calcolare la nuova variazione percentuale della corrente di uscita per $\Delta\beta/\beta=20\%$ come prima.



2.4.3 Generatori di corrente con resistenza di degenerazione

Un altro modo per fissare la corrente circolante in un transistor è quella di proporre la corrente del valore desiderato direttamente al morsetto dell'Elettore. Sfruttando il fatto che la giunzione Base-Elettore di un transistor ha circa 0.7V ai suoi capi (purché progettato con l'area giusta), basterà aggiungere tra l'Elettore e l'alimentazione una resistenza R_E , come nel circuito della Fig.2.16. La partizione di resistenze sulla Base fissa infatti la tensione V_B da cui consegue il valore fissato di tensione all'Elettore $V_E = V_B - 0.7$. E' così fissata la differenza di potenziale ai capi della resistenza R_E e quindi la corrente necessariamente circolante nel BJT, pari a :

$$I_U \cong \frac{V_B - 0.7}{R_E} \quad (2.23)$$

Quest'ultima sarà ora prelevabile dal Collettore così da averla ad alta impedenza per il carico come si richiede ad un generatore di corrente.

Lo svantaggio della realizzazione della Fig.2.16b è che la dinamica di uscita viene ridotta rispetto al circuito (a), del valore $\Delta V = I_U R_E$. Questo fatto può avere ripercussioni importanti nei circuiti a bassissima potenza alimentati a tensioni molto basse, a volte anche inferiori al Volt, in cui non ci si può permettere di perdere il centinaio di mV ai capi di R_E e quindi si deve rinunciare ad inserire R_E . A parte ciò il generatore della Fig.2.16b è molto usato grazie alla sua sostanziale insensibilità ai parametri tecnologici quali il β o I_S . Affinché ciò sia vero bisogna comunque porre attenzione in fase di progetto alla scelta delle resistenze R_3 e R_4 del partitore di Gate e fare in modo che la corrente in esse circolante sia molto maggiore della corrente di Base in modo che V_B sia insensibile a variazioni di quest'ultima a sua volta conseguenti a variazioni di β .

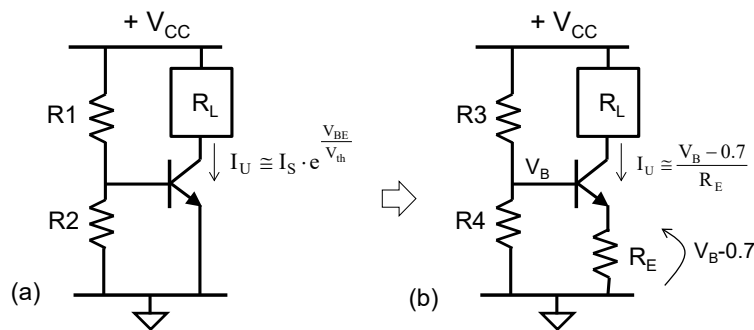
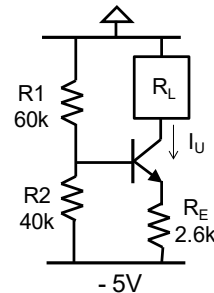


Fig. 2.16 *Modifica di uno "scarso" generatore di corrente aggiungendo una resistenza R_E tra l'emettitore e l'alimentazione in modo da ottenere un "ottimo" generatore di corrente, stabile e preciso.*

E 2.28

- a) Calcolare la corrente fornita al carico dal seguente generatore il cui BJT ha $\beta=400$ e $V_A=\infty$ e le resistenze R_1 e R_2 sono state scelte per assorbire dalle alimentazioni circa 1/10 della corrente disponibile in uscita.
- b) Stimare la variazione di I_U causata da una variabilità del 3% nel valore della resistenza R_E .
- c) Calcolare la variazione di I_U conseguente ad una sostituzione del BJT con un altro avente $\beta=50$.



a) – Se $I_B=0$, allora $V_G=-3V$ ed $I_U=500\mu A$. Pertanto $I_B=1.25\mu A$. Il bilancio di corrente al nodo di Gate:

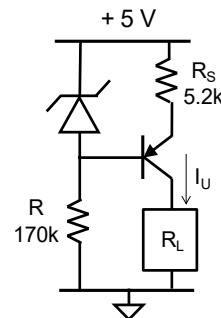
$$\frac{0 - V_G}{60k} = 1.25\mu A + \frac{V_G + 5}{40k}$$
 fornisce il valore più corretto di $V_G=-3.035V$, da cui $I_U=487\mu A$.

b) - $\Delta I_U/I_U=3\%$

c) – Se $\beta=50$, $I_B=9.7\mu A$ ed il bilancio al nodo di Gate fornisce $V_G=-3.24V$ a cui corrisponde $I_U=408\mu A$!La causa è da ricercarsi nel valore elevato delle due resistenze del partitore. Se esse venissero ridotte a 6K e 4K la corrente sarebbe molto più stabile ma si consumerebbe enormemente più potenza.

E 2.29

- a) - Calcolare la corrente erogata dal generatore della figura ($V_Z=3.3V$, $\beta=200$, $V_A=\infty$)
- b) – Calcolare la corrente totale assorbita dall'alimentazione e commentare il risultato alla luce dell'uso dello zener al posto di un resistore.
- c) – Calcolare la variazione di corrente I_U qualora il BJT venisse sostituito con uno con $\beta=100$.



a) - Il potenziale della Base è fissato dal diodo Zener a $V_G=1.7V$. Il potenziale di Emettore è 0.7V sopra e fissa la differenza di potenziale ai capi di R_s , e quindi il valore della corrente del transistor a $500\mu A$.

b) - $510\mu A$. Lo zener permette di mantenere 3.3V ai suoi capi anche con pochissima corrente applicata, nel nostro caso $10\mu A$.

c) - $\Delta I_U \approx 0$. Infatti lo zener non varia sostanzialmente la tensione ai suoi capi pur variando la corrente in esso. Il suo uso al posto del resistore pertanto permette di realizzare un generatore con corrente I_U molto più stabile alle variazioni di β e che consuma molto meno corrente.

Concludendo questo secondo capitolo hai concluso la tua seconda fatica. Sentiti sempre come Ercole.

Dopo il successo avuto con il Leone di Nemea, Euristeo indispettito, decise di sottoporre Ercole ad un compito ancora più arduo, quello di uccidere la terribile Idra. Questa era un mostro spaventoso, terribilmente velenoso, con nove teste di serpente di cui una immortale. Ercole tentò di neutralizzarla mozzandone le teste, scoprendo però con orrore che ogni qualvolta ne tagliava una, dalla stessa ne crescevano altre due. Chiamò allora in aiuto il fidato cugino Iolao, il quale, mentre l'eroe teneva il mostro immobilizzato, cauterizzò le teste tagliate con una torcia, impedendo loro di rigenerarsi. Infine Ercole staccò di netto la testa immortale dell'idra e la seppellì sotto un enorme masso, squartò la carcassa e immerse nella bile del mostro la punta delle sue frecce, che da allora divennero micidiali e fatali alla minima scalfittura. Anche la seconda fatica era conclusa.

